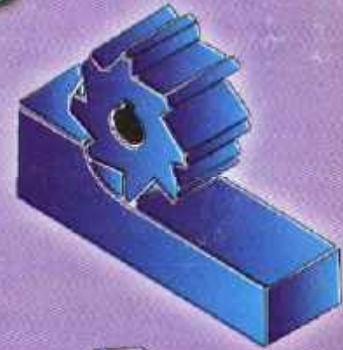


مکینیکی ریاضی میٹل ٹریڈز

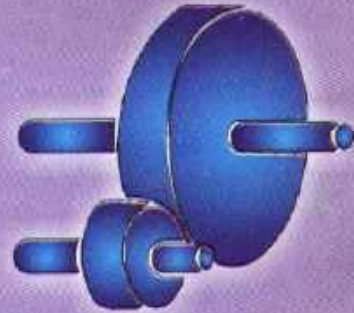
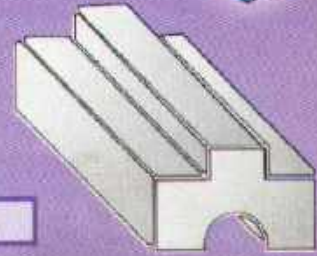
X

=

+



÷



T.T.P. Series No.9



GOVERNMENT OF THE PUNJAB
TECHNICAL EDUCATION & VOCATIONAL TRAINING AUTHORITY
TRADE TESTING CELL, LAHORE.



Price Rs. 54.00

یکٹنیکل ریاضی

برائے
میٹل ٹریڈز

تسنت : اے۔ جی۔ منہاس

جوائنٹ ڈائریکٹر

ڈائریکٹوریٹ آف مین پاور اینڈ ٹریننگ، پنجاب، لاہور

محرر : ایچ۔ عیمن

پراجیکٹ منیجر
ڈویلمینٹ سیکل فار سکولڈ لیبر ٹریننگ
ڈائریکٹوریٹ آف مین پاور اینڈ ٹریننگ، پنجاب، لاہور

ڈویلمینٹ سیکل فار سکولڈ لیبر ٹریننگ، ڈائریکٹوریٹ آف مین پاور اینڈ ٹریننگ، پنجاب، لاہور
میں تکمیل ٹریننگ پروگرام (TTP) کے تحت شائع ہونے والی ایک فنی کتاب۔

نیشنل بک فاؤنڈیشن

برائے

ڈویلمینٹ سیکل فار سکولڈ لیبر ٹریننگ

36- اتاترک بلاک، نیوگارڈن ٹاؤن، لاہور

مجلد حقوق بحق ڈولپمنٹ سہیل فار سکلڈ لیبر ٹریننگ
ڈائریکٹوریٹ آف مین پاور اینڈ ٹریننگ پنجاب لاہور محفوظ ہیں۔

2009ء	صحیح شدہ اردو ایڈیشن
1000	تعداد
54 روپے	قیمت

ڈولپمنٹ سہیل فار سکلڈ لیبر ٹریننگ ڈائریکٹوریٹ آف مین پاور
اینڈ ٹریننگ پنجاب لاہور نے پاک جرمن ٹیکنیکل اسٹنس پروگرام
کے تحت (احسن الکتب پرنٹرز لاہور) سے چھپوائی

دیسباچہ

فنی تربیت کے لیے کتابیں خصوصاً اردو میں دستیاب نہ ہونے کی وجہ سے باقاعدہ اور معیاری تربیت دینے میں خاصی دشواریاں درپیش رہی ہیں۔ اس مقصد کے پیش نظر ڈائریکٹوریٹ آف مین پاور اینڈ ٹریننگ، پنجاب، لاہور میں ڈیولپمنٹ سیل فار سکلڈ لیبر ٹریننگ، پاک بومینٹیکل اسٹیشن پروگرام کے تحت 1975ء میں قائم کیا گیا۔ اس سیل کا اہم مقصد ڈائریکٹوریٹ آف مین پاور اینڈ ٹریننگ، حکومت پنجاب کے تحت دی جانے والی فنی تربیت کو معیاری بنانا ہے۔ اس مقصد کے حصول کے لیے ڈیولپمنٹ سیل کے ذمے دیگر کاموں کے علاوہ فنی کتابیں تیار کرنا بھی ہے۔

تیکنیکی ریاضی برائے میٹریل ٹریڈرز ڈیولپمنٹ سیل میں ٹیکنیکل ٹریننگ پروگرام (TTP) کے سلسلے میں تیار ہونے والی فنی کتابوں میں ایک کتاب ہے۔ یہ کتاب فنی تربیت کے مقررہ نصاب کے مطابق لکھی گئی ہے تاکہ ٹیکنیکل ٹریننگ سنٹر اور اپرنٹس ٹریننگ سنٹر میں تربیت دینے والے استاتہ انشٹرکٹرس صاحبان کو نصاب کے مطابق پڑھانے میں مددگار ثابت ہو۔ اس کتاب کو اردو میں شائع کرنے کا اہم مقصد یہ ہے کہ میٹریل ٹریڈرز سے متعلقہ زیر تربیت ٹرینیز اور دیگر افراد بھی اس سے استفادہ کر سکیں۔

ابتداء میں اس کتاب کو دو حصوں میں شائع کرنے کا ارادہ تھا۔ حصہ اول (انگریزی میں) 1975ء میں شائع کیا گیا، جو کہ تربیتی نصاب کے پہلے چھ ماہ پر مشتمل تھا اور حصہ دوم دو سالہ نصاب کے بقایا حصے کے لیے مرتب کرنا تھا۔ بعد ازاں حصہ اول اور دوم کو اکٹھا کر کے ایک ہی کتاب کی شکل میں انگریزی زبان میں اگست 1976ء میں شائع کیا گیا۔ اب اس طبع کا اردو میں ترجمہ کر کے شائع کیا جا رہا ہے۔ اس کتاب میں عالمی اکائیاں استعمال کی گئی ہیں تاکہ موجودہ دور کے تقاضوں کے مطابق فنی تربیت دی جاسکے۔

اس کتاب کو مرتب کرنے کے لیے میں مسٹر ایچ۔ عظیم سابعی سابق جرمین پراجیکٹ مینجر اور مسٹر ایم۔ ایبرواتین جرمین ایڈوائزر (ٹیکنیکل) ڈیولپمنٹ سیل فار سکلڈ لیبر ٹریننگ کا مشکور رہوں کہ جن کی تجاویز اور مشوروں سے میں اس کتاب کو آخری شکل دے سکا ہوں۔

یہ امید کی جاتی ہے کہ میٹریل ٹریڈرز سے متعلقہ انشٹرکٹرس صاحبان، ٹرینیز اور دیگر افراد کے لیے اردو میں لکھی گئی یہ کتاب مفید ثابت ہوگی۔ اس کتاب کو مزید بہتر بنانے کے لیے قارئین حضرات کا تجاویز بھیجیے۔ ذاتی طور پر مشکور رہوں گا جو کہ پیش لفظ میں درج پتہ پر ارسال کی جاسکتی ہیں۔

اے۔ جی۔ منہاس

یکم مارچ 1977ء

پیش لفظ

ٹیکنیکی ریاضی کا پہلا حصہ (انگریزی) مارچ 1975ء میں شائع کیا گیا تھا۔ اس شائع شدہ حصے میں ترمیم اور حصہ دوم کا اضافہ کر کے اس کتاب (انگریزی) کو مرتب کیا گیا ہے۔ یہ کتاب خصوصاً ڈائریکٹوریٹ آف مین پاور اینڈ ٹریننگ پنجاب، لاہور کے تحت دی جانے والی سکولڈ لیبر ٹریننگ کے لیے لکھی گئی ہے۔

جب سے ٹیکنیکل ٹریننگ اور اپرنٹس ٹریننگ کے مابین زیر عمل ہیں، اس معیار پر فنی کتابیں میسٹر نہ ہونے کی وجہ سے بھٹیوری پڑھانے میں وقت محسوس کی جاتی رہی ہے۔

ان مشکلات پر قابو پانے کے لیے پاکہ جرم نے ٹیکنیکل اسٹنڈرڈ پروگرام کے تحت ڈائریکٹوریٹ آف مین پاور اینڈ ٹریننگ پنجاب، لاہور میں تشکیل شدہ ڈولمنٹ سیکل فار سکولڈ لیبر ٹریننگ نے دیگر کاموں کے ساتھ ساتھ اس کام کو بھی شروع کیا ہے۔

اس سلسلے کی فنی کتابوں کو شائع کرنے کا اہم مقصد یہ ہے کہ اس پروگرام کے تحت تیار کیے گئے معیاری تربیتی نصاب کا مکمل طور پر اطلاق ہو سکے۔ یہ کتاب انٹرکٹر صاحبان کو مقررہ نصاب کے مطابق پڑھانے میں مدد دے گی اور ٹرینرز بھی از خود دہرائی کر سکیں گے۔

اس کتاب میں عالمی نظام کی اکائیوں کا استعمال کیا گیا ہے۔

امید کی جاتی ہے کہ یہ کتاب مطلوبہ مقاصد کے حصول میں معاون ثابت ہوگی تاہم اس کتاب کو مزید بہتر بنانے کے لیے قارئین حضرات کی تجاویز مفید ثابت ہوں گی۔ اپنی تجاویز مندرجہ ذیل پتے پر ارسال فرمائیں :-

ڈولمنٹ سیکل فار سکولڈ لیبر ٹریننگ 36-اتاک باک، نیو گارڈن ٹاؤن، لاہور

لاہور

ڈائریکٹوریٹ آف مین پاور اینڈ ٹریننگ پنجاب، لاہور

فہرست

صفحہ	عنوان	باب	صفحہ	عنوان	باب
34	اضعاف اعشاریہ یا اکائی کے حصے	3.3	3	ویساچہ	
35	کسر اعشاریہ کی جمع	3.4	4	پیش لفظ	
35	کسر اعشاریہ کی تفریق	3.5	9	1 — صحیح اعداد	
36	کسر اعشاریہ کی ضرب	3.6	9	1.1 صحیح اعداد پر مشتمل	
36	کسر اعشاریہ کو مختصر کرنا	3.7	10	1.2 صحیح اعداد کی جمع	
37	کسر اعشاریہ کی تقسیم	3.8	11	1.3 صحیح اعداد کی تفریق	
38	اسی اکائیوں کو یکساں اکائیوں میں تبدیل کرنا	3.9	12	1.4 صحیح اعداد کی ضرب	
42	4 — فی صد		13	1.5 صحیح اعداد کی تقسیم	
42	4.1 فی صد کا مطلب		17	2 — کسور	
42	4.2 اعداد کو فی صد میں تبدیل کرنا		17	2.1 کسور عام	
43	4.3 فی صد کو اعشاریہ میں تبدیل کرنا		18	2.2 یکساں نسبت نما والی کسور کی جمع	
43	4.4 فی صد کو کسر عام میں تبدیل کرنا		19	2.3 مختلف نسبت نما والی کسور کی جمع	
44	4.5 شرح اساس اور فی صد		21	2.4 یکساں نسبت نما والی کسور کی تفریق	
44	4.6 اساس اور شرح کی بنیاد پر فی صد معلوم کرنا		22	2.5 مختلف نسبت نما والی کسور کی تفریق	
45	4.7 اساس اور فی صد کی بنیاد پر شرح معلوم کرنا		23	2.6 حقیقی کسر غیر حقیقی کسر اور مخلوط اعداد	
46	4.8 فی صد اور شرح کی بنیاد پر اساس معلوم کرنا		26	2.7 کسور کی ضرب	
50	5 — تحسیب زاویہ		27	2.8 کسور کی تقسیم	
50	5.1 زاویہ اور اس کی اکائیاں		32	3 — کسور اعشاریہ	
51	5.2 زاویوں کی اقسام		32	3.1 کسور اعشاریہ	
52	5.3 زاویے کی قیمتوں کا حساب کرنا		33	3.2 کسر اعشاریہ کو کسر عام میں تبدیل کرنا	
54	5.4 زاویے کی قیمت کو اعشاریہ میں لکھنا				

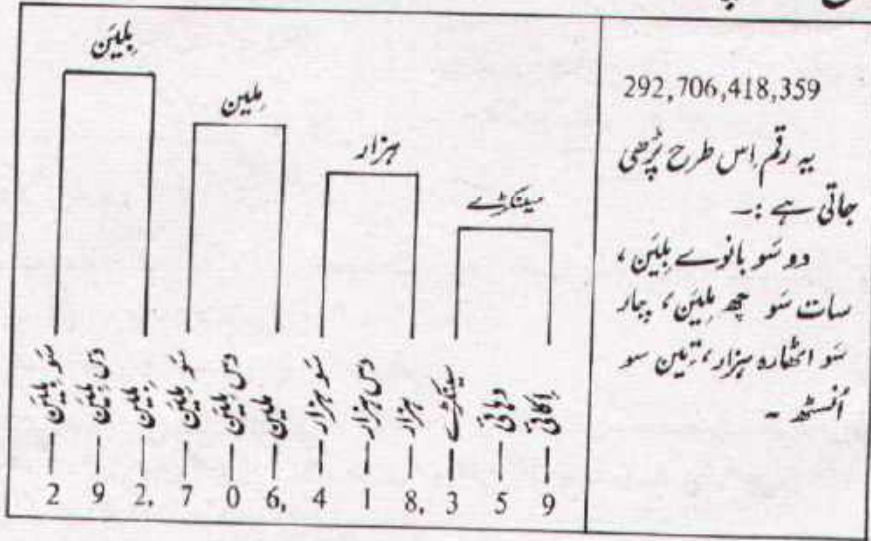
صفحہ	عنوان	باب	صفحہ	عنوان	باب
83	محفوظ اور اہرام کی تقطوع کا حجم	11.4	55	ٹائلرینس	6
85	مجموعی ٹھوس اجسام کا حجم	11.5	55	تعریف	6.1
86	مانع کی مقدار (حجم)	11.6	55	دو طرفہ اور یک طرفہ نظام	6.2
88	12 — وزن		56	اصل سائز	6.3
88	کثافت اضافی	12.1	57	7 — سطحی رقبہ (انفرادی اشکال)	
89	حجم کی بنیاد پر وزن معلوم کرنا	12.2	57	7.1 رقبہ کی اکائیاں	
90	لمبائی کی بنیاد پر وزن معلوم کرنا	12.3	58	7.2 قوت	
91	رقبہ کی بنیاد پر وزن معلوم کرنا	12.4	59	7.3 سطحی رقبہ معلوم کرنے کے فارمولے	
93	13 — تخمینہ اور ضیاع		64	8 — جدولوں کا استعمال	
93	تخمینہ	13.1	66	9 — مسئلہ فیثاغورث	
93	13.2 ضیاع		66	9.1 جدر معلوم کرنا	
	14 — تحسب فٹس		68	9.2 فارمولوں میں اول بدل	
97	بنیادی تعبیریں	14.1	72	9.3 مسئلہ فیثاغورث	
98	تحقیقات کا مفہوم	14.2	75	10 — سطحی رقبہ (مجموعی اشکال)	
98	فٹس پیمائشوں کی تحسب	14.3		احاطہ - محیط	
99	کلینس فٹ	14.4	75	10.1 مجموعی سطحیں	
99	رائٹ فیرنس فٹ	14.5	76	10.2 احاطہ	
99	ٹرانزیشن فٹ	14.6	77	10.3 محیط	
102	15 — مثلثی نسبتیں		79	11 — حجم	
103	مثلثی نسبت کا جدول پڑھنا	15.1	79	11.1 حجم کی اکائیاں	
105	16 — جھکاؤ - سلامی		80	11.2 متوازی ٹھوس انجنیئرنگ اجسام کا حجم	
105	جھکاؤ -	16.1	83	11.3 محفوظ اور محفوظ مقلع (اہرام) کا حجم	
106	سلامی	16.2			

صفحہ	عنوان	باب	صفحہ	عنوان	باب
132	سید گتیر ڈرائیو (سادہ گتیر ٹرین)	21.4	108	17— طاقت	
134	کیا ڈوڈ گتیر ڈرائیو	21.5	108	17.1 قوت اور اس کی اکائیاں	
137	22— رفتار کثاتی		108	17.2 قوت فی اکائی رقبہ یعنی دباؤ (پریشر)	
137	22.1 حرکات کثاتی — رفتار کثاتی		109	17.3 طاقت کھپاؤ	
141	23— تحسب ٹرننگ		110	17.4 طاقت تینج (طاقت کثاتی)	
141	23.1 رفتار کثاتی — سپنڈل کی رفتار		113	18— وقت - حرکت - رفتار	
142	23.2 فیڈ (خراش کے لیے)		113	18.1 وقت کی اکائیاں	
143	23.3 کٹ کی گہرائی اور کٹرن کا عمومی تراش کا رقبہ		113	18.2 حرکت	
143	23.4 رفتار کثاتی ڈائیکرام		114	18.3 خطی رفتار	
146	23.5 ٹول کی مسافت کی شرح		115	18.4 گردشی یا زاویاتی رفتار	
146	23.6 مشیننگ کے لیے درکار وقت		118	19— کام اور طاقت	
147	23.7 سلامی خراش		118	19.1 کام اور اس کی اکائیاں	
155	24— تحسب ڈرننگ		119	19.2 گردش کے دوران کام	
155	24.1 رفتار کثاتی — سپنڈل کی رفتار		119	19.3 ٹارک	
157	24.2 فیڈ		120	19.4 میکانی طاقت اور اس کی اکائیاں	
157	24.3 ٹول کی مسافت کی شرح		122	19.5 کارکردگی	
158	24.4 مشیننگ کے لیے درکار وقت		124	20— فرکشن ڈرائیو	
160	24.5 گل وقت		124	20.1 سادہ بلیٹ ڈرائیو	
164	25— تحسب پلنگ		126	20.2 دوہری بلیٹ ڈرائیو	
164	25.1 سپنڈل کی رفتار		128	21— گتیرز اور گتیر ڈرائیو	
164	25.2 رفتار کثاتی اور فیڈ برائے پلنگ کٹرز		128	21.1 گراری کی پیشیں	
168	26— تحسب اینڈ میکنگ		128	21.2 تحسب گراری	
168	26.1 ورم ڈرائیو		131	21.3 مرکز تا مرکز فاصلہ	

صفحہ	عنوان	باب	صفحہ	عنوان	باب
181	گراریاں تبدیل کرنے کا حساب کرنا	28	171	ورم گتیرنگ برائے انڈیکسنگ	26.2
181	سنگل گتیرنگ	28.1	172	براہ راست انڈیکسنگ	26.3
182	کپاؤنڈ گتیرنگ	28.2	172	سادہ انڈیکسنگ	26.0
183	انچ لیڈ سکریو سے چوڑیاں کاٹنا	28.3	176	تجسید شیڈنگ اور پیننگ	27
183	میٹرک لیڈ سکریو سے انچ چوڑیاں کاٹنا	28.4	176	رفٹارکٹ آئی برائے شیڈنگ	27.1
185	انچ لیڈ سکریو سے میٹرک چوڑیاں کاٹنا	28.5	177	شروک کی لیبائی	27.2
187	عالمی اکائیاں		177	تعداد شروک فی منٹ	27.3
187	کتاب میں استعمال شدہ علامات		178	مشیننگ کے لیے درکار وقت	27.4

صحیح اعداد

1.1 - صحیح اعداد پڑھنا:



صحیح اعداد کو پڑھنا یا ان اعداد کو الفاظ میں لکھنا:
اگر رقم میں چار یا اس سے زیادہ اعداد ہوں تو ان کو زیادہ سے زیادہ تین تین کے گروپوں میں اکائی کے عدد سے بائیں طرف سے دے کر علیحدہ کریں۔
بائیں طرف سے شروع کرتے ہوئے ہر گروپ کو علیحدہ علیحدہ پڑھیں اور رقم سے ظاہر گروپ کے نام سے منسوب کریں۔

مشالیں:

- 589,238,198 ————— پانچ سو نو اسی بلین، دو سو اڑتیس ہزار، ایک سو اٹھانوے۔
8,134,295 ————— آٹھ بلین، ایک سو چونتیس ہزار، دو سو پچانوے۔
693,281 ————— چھ سو ترانوے ہزار، دو سو اسی۔
61,752 ————— ایک سو ہزار، سات سو باون۔
2,845 ————— دو ہزار آٹھ سو تینتالیس۔
749 ————— سات سو اچاس۔
38 ————— اڑتیس۔
4 ————— چار۔

1.2 — صحیح اعداد کی جمع :

<p>جمع ہونے والے اعداد (addends) وہ اعداد ہوتے ہیں جو جمع کیے جائیں۔ حاصل جمع کو مجموعہ (sum) کہتے ہیں۔</p> <p>اگر جمع ہونے والے اعداد کو ایک دوسرے کی جگہ پر تبدیل کیا جائے تو مجموعے میں فرق نہیں پڑتا۔</p> <p>(+) جمع کا نشان ہے۔</p>	<p>جمع کریں :</p> $\begin{array}{r} 628 \\ + 417 \\ \hline 1045 \end{array}$ <p>جمع ہونے والے اعداد</p> <p>مجموعہ</p> <p>جمع کا نشان</p>
--	--

صحیح اعداد کو جمع کرنا :

جمع کیے جانے والے اعداد کو ایک دوسرے کے نیچے اس طرح ترتیب سے لکھیں کہ اکائی کے نیچے اکائی، دہائی کے نیچے دہائی اور اسی طرح۔

اکائی سے شروع کرتے ہوئے بائیں طرف جمع کرتے جائیں۔

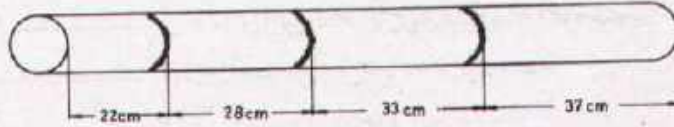
اگر ایک کالم کا مجموعہ دس یا دس سے زیادہ ہو تو مجموعے کا اکائی کا ہندسہ لائن کے نیچے مجموعے کی جگہ لکھ کر بچایا ہندسے اگلے کالم کے اوپر لکھیں اور اس صورت میں آخری کالم میں مکمل ہندسے مجموعے کی جگہ لکھیں۔

پڑتال کے لیے الٹی طرف سے کالموں کو جمع کریں۔

مشا لیں :

(a)	52	(b)	356	(c)	2947	(d)	37372
	+ 47		+ 571		+ 4370		+ 94725
	99		927		7317		132097

شکل 1.01 میں پاتھ کی شکل بیانی "L" معلوم کریں۔



شکل 1.01

حل :

$$\begin{aligned} L &= 22 \text{ cm} + 28 \text{ cm} + 33 \text{ cm} + 37 \text{ cm} \\ &= 120 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ 28 \\ 33 \\ + 37 \\ \hline 120 \end{array}$$

1.3 صحیح اعداد کی تفریق :

<p>تفریق کرنے والے اعداد (minuend) 'کو اعداد ہیں جن میں سے تفریق کیا جائے۔ تفریق ہونے والے اعداد (Subtrahend) 'کو اعداد ہیں جن کو تفریق کیا جائے۔ فرق تفریق کرنے کے نتیجے کو کہتے ہیں۔ (-) تفریق کا نشان۔</p>	<p>تفریق کریں :</p> $\begin{array}{r} 4,963 \\ - 2,597 \\ \hline 2,366 \end{array}$ <p>تفریق کرنے والے اعداد ← 4,963 تفریق ہونے والے اعداد ← 2,597 فرق ← 2,366 تفریق کا نشان →</p>
---	--

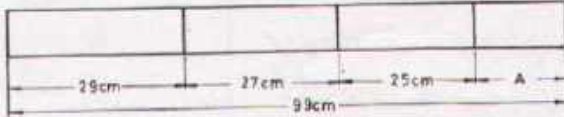
صحیح اعداد کو تفریق کرنا :

- 1- اکائی سے شروع کر کے تفریق کرنے والے اعداد میں سے تفریق ہونے والے اعداد کو تفریق کرتے ہوئے بائیں طرف بڑھتے جائیں۔
- 2- اگر تفریق ہونے والا عدد تفریق کرنے والے متناظر عدد سے بڑا ہو، تو تفریق کرنے والے کے ساتھ والے عدد سے 1 حاصل لے کر تفریق کرنے والے عدد کو 10 سے بڑھا دیں۔
- 3- فرق میں تفریق ہونے والے اعداد کو جمع کر کے پڑتال کریں۔ اس طرح مجبوسے کو تفریق کرنے والے اعداد کے برابر ہونا چاہیے۔

مشالیں :

(a) $\begin{array}{r} 28 \\ - 2 \\ \hline 26 \end{array}$	(b) $\begin{array}{r} 23 \\ - 19 \\ \hline 4 \end{array}$	(c) $\begin{array}{r} 471 \\ - 288 \\ \hline 183 \end{array}$	(d) $\begin{array}{r} 2752 \\ - 1899 \\ \hline 853 \end{array}$
---	---	---	---

(e)



$$\begin{array}{r} 29 \\ 27 \\ 25 \\ + 25 \\ \hline 81 \end{array}$$

شکل 1.02

$$A = 99 \text{ cm} - 81 \text{ cm} = 18 \text{ cm}$$

(f) سٹور میں 277 بولٹ دستیاب تھے۔ سٹور کی پورے 115 بولٹ فڈنگ سیکشن اور 93 بولٹ آٹو سیکشن میں جاری کیے۔ بقایا کتنے بولٹ بچے ہیں؟

$$\text{کل بولٹ} = 277 \text{ بولٹ}$$

جاری کیے:

$$\begin{array}{r} 115 \\ + 93 \\ \hline 208 \end{array}$$

$$115 \text{ بولٹ} = \text{فڈنگ سیکشن}$$

$$93 \text{ بولٹ} = \text{آٹو سیکشن}$$

حل:

$$\begin{array}{r} 277 \\ - 208 \\ \hline 69 \end{array}$$

$$\text{کل جاری کردہ بولٹ} = 115 + 93 = 208 \text{ بولٹ}$$

$$\text{بقایا} = 277 - 208 = 69 \text{ بولٹ}$$

14- صحیح اعداد کی ضرب:

<p>ضرب دیں:</p> <p>مضروب ← 27</p> <p>مضروب فیہ ← 2</p> <p>حاصل ضرب ← 54</p> <p>ضرب کا نشان →</p>	<p>مضروب — وہ عدد ہے جس کو ضرب دی جاتے۔</p> <p>مضروب فیہ — وہ عدد ہے جس سے ضرب دی جاتے۔</p> <p>حاصل ضرب — جو ضرب دینے کے بعد حاصل ہو۔</p> <p>(x) ضرب کا نشان ہے۔</p>
--	--

جب مضروب فیہ ایک عدد پر مشتمل ہو تو:

- 1- مضروب فیہ سے مضروب رقم کے ہر عدد کو دائیں طرف سے شروع کر کے بائیں طرف ضرب دیتے جائیں۔
- 2- اگر حاصل ضرب دس یا دس سے زیادہ ہو تو کافی کا عدد حاصل ضرب کی جگہ لکھ کر بقایا عدد یا اعداد کو دوسرے عدد کے حاصل ضرب میں جمع کریں۔

<p>ضرب دیں:</p> <p>مضروب ← 48</p> <p>مضروب فیہ ← 57</p> <p>جزوی حاصل ضرب ← 336</p> <p>← 240</p> <p>حاصل ضرب ← 2736</p>	<p>جزوی حاصل ضرب وہ حاصل ضرب ہے جو مضروب فیہ رقم کے کسی عدد سے مضروب کی رقم کو ضرب دینے سے حاصل ہوتا ہے۔</p>
--	--

جب مضروب فیہ دو یا دو سے زیادہ اعداد پر مشتمل ہو تو:

- 1 - مضروب فیہ کی رقم کے ہر عدد سے مضروب کی رقم کو دائیں سے بائیں طرف ضرب دے کر جزوی حاصل ضرب حاصل کریں۔
- 2 - ہر جزوی حاصل ضرب کو ایک دوسرے کے نیچے اس طرح لکھیں کہ ہر حاصل ضرب کی اکائی کا عدد اپنے مناسبتاً مضروب فیہ کے عدد کے نیچے ہو۔
- 3 - جزوی حاصل ضرب کو جمع کریں۔
- 4 - مضروب رقم اور مضروب فیہ رقم کو ایک دوسرے کی جگہ پر تبدیل کر کے ضرب دیں اور جواب کی پڑتال کریں۔

1.5 - صحیح اعداد کی تقسیم:

<p>تقسیم کریں:</p> <p>حاصل تقسیم: 82</p> <p>مقسوم: 1969</p> <p>جزوی مقسوم: 192</p> <p>49</p> <p>مقسوم علیہ: 48</p> <p>باقی: 1</p>	<p>مقسوم علیہ: وہ عدد ہے جس سے تقسیم کرتے ہیں۔</p> <p>مقسوم: وہ عدد ہے جس کو تقسیم کرتے ہیں۔</p> <p>حاصل تقسیم: وہ عدد ہے جو تقسیم کرنے پر حاصل ہوتا ہے۔</p> <p>باقی: وہ عدد جو مکمل تقسیم نہ ہونے پر باقی بچے۔</p> <p>جزوی مقسوم: مقسوم رقم کا جزو۔</p>
---	--

صحیح اعداد کو تقسیم کرنا:

- 1 - مقسوم میں بائیں طرف ایسا جزوی مقسوم چنیں جو مقسوم علیہ سے بڑا ہو۔
- 2 - حاصل تقسیم کی جگہ ایسا عدد لکھیں جس کو مقسوم علیہ سے ضرب دیں تو جزوی مقسوم سے نہ بڑھے۔ اس عدد کو جزوی حاصل تقسیم کہتے ہیں۔ اور عدد "9" بڑے سے بڑا جزوی حاصل تقسیم ہوتا ہے۔
- 3 - اس جزوی حاصل تقسیم سے مقسوم علیہ کو ضرب دے کر حاصل ضرب جزوی مقسوم کے نیچے لکھیں۔ یہ حاصل ضرب جزوی مقسوم سے کم ہونا چاہیے۔
- 4 - اس حاصل ضرب کو جزوی مقسوم میں سے تفریق کریں۔ دونوں کا فرق "باقی" ہوگا۔
- 5 - مقسوم کا اگلا ہندسہ باقی کے ساتھ لکھیں۔
- 6 - باقی اور اس کے ساتھ لکھے ہوئے عدد کو جزوی مقسوم کے طور پر استعمال کریں اور اوپر بیان کردہ عمل دہرائیں۔
- 7 - اگر آخری جزوی مقسوم پورا پورا تقسیم نہیں ہوتا تو جو عدد باقی بچے، اس کو حاصل تقسیم کے ساتھ جمع (+) کے نشان کے ساتھ لکھیں۔
- 8 - حاصل تقسیم کو مقسوم علیہ کے ساتھ ضرب دے کر پڑتال کریں۔ باقی کا عدد اگر کوئی ہو، اس کو حاصل ضرب میں جمع کریں اس طرح یہ رقم مقسوم کے برابر ہونی چاہیے۔

مشق 1

1 - مندرجہ ذیل اعداد کو الفاظ میں لکھیں :

- (a) 79 _____
 (b) 943 _____
 (c) 3006 _____
 (d) 719, 894 _____
 (e) 75, 010, 254 _____
 (f) 18, 460, 050, 000 _____

2 - مندرجہ ذیل عبارات کو اعداد میں لکھیں :

- (a) نو ہزار چار سو چھیتریں - _____
 (b) آٹھتر ہزار چھ سو تین - _____
 (c) سات سو پانچ ہزار ایک سو پچاس - _____
 (d) تین ملین، چار سو ہزار، بانوے - _____
 (e) آٹھاس ملین، سات سو اکیس ہزار، آٹھ سو ساٹھ - _____

3 - جمع کریں :-

(a) 54 35 _____	(b) 27 69 _____	(c) 96 87 _____	(d) 35 46 _____
(e) 28 65 43 _____	(f) 23 46 79 _____	(g) 64 88 75 _____	(h) 27 35 82 _____
(i) 194 529 283 173 _____	(j) 668 235 879 268 _____	(k) 5,938 2,497 3,347 2,107 _____	(l) 95,769 28,645 58,987 78,329 _____

(m) 84,244	(n) 25,268	(o) 78,397
973,591	2,803	246,183
8,209	45	2,072
78,329	746,482	125,746
<u>426,754</u>	<u>750</u>	<u>38</u>

4 - تفریق کریں :-

(a) 87	(b) 59	(c) 842	(d) 4,502
- 3	- 51	- 639	- 3,191
<u> </u>	<u> </u>	<u> </u>	<u> </u>
(e) 92,846	(f) 93,261	(g) 720,345	
- 60,524	- 76,527	- 471,538	
<u> </u>	<u> </u>	<u> </u>	

(h) 6,850,000
- 4,582,975

(i) 892,065 میں سے 609,527 تفریق کریں -
(j) 475,000 اور 47,500 میں فرق معلوم کریں -

5 - ضرب دیں :-

(a) 32	(b) 74,568	(c) 50,000
× 27	× 95	× 43
<u> </u>	<u> </u>	<u> </u>
(d) 8,004	(e) 3,006	(f) 90,405
× 72	× 2,009	× 905
<u> </u>	<u> </u>	<u> </u>

(g) $85 \times 24 \times 437$ (h) $27 \times 273 \times 876$

6 - تقسیم کریں :-

(a) $19 \overline{) 95}$

(b) $87 \overline{) 696}$

(c) $26 \overline{) 884}$

(d)	$58 \sqrt{5.626}$	(e)	$79 \sqrt{38.631}$	(f)	$43 \sqrt{83.205}$
(g)	$83 \sqrt{498.581}$	(h)	$231 \sqrt{82,929}$	(i)	$765 \sqrt{716.805}$
(j)	$76 \sqrt{61,028}$	(k)	$987 \sqrt{5,922}$	(l)	$306 \sqrt{18,054}$

7- سوالات :

- (a) اگر ایک ہوائی جہاز کی اوسط رفتار 500 کلومیٹر فی گھنٹہ (km/h) ہو تو 16 گھنٹوں میں کتنا فاصلہ طے کرے گا؟
- (b) ایک کارگیر 3 روپے فی گھنٹہ کماتا ہے۔ 45 گھنٹوں کے ایک ہفتے میں وہ کتنی رقم کمائے گا؟
- (c) اگر ایک گرائینڈنگ مشین بنانے کے لیے 116 کلوگرام (kg) کاسٹ آئرن درکار ہو تو بارہ مشینیں بنانے کے لیے کتنا کاسٹ آئرن درکار ہوگا؟
- (d) اگر سوال (c) میں کاسٹ آئرن کا نرخ 6 روپے فی کلوگرام ہو، تو بارہ مشینیں بنانے کے لیے کتنی لاگت آئے گی؟
- (e) ایک فیکٹری میں آٹھ شوکار روٹنگ مشینیں ہیں۔ ہر مشین 178 کابلے فی گھنٹہ بنا سکتی ہے۔ تمام مشینوں کی آٹھ گھنٹوں میں کل پیداوار کتنی ہوگی؟
- (f) ایک لینتہ آپریٹر جو 96 روپے فی ہفتہ کماتا رہتا ہے، 520 روپے ماہانہ تنخواہ پر بطور فورین تعینات کیا گیا۔ اگر فیکٹری ایک سال میں پچاس ہفتے کام کرتی ہے تو اس کی آمدنی میں کتنا اضافہ ہوا؟

کسور (Fractions)

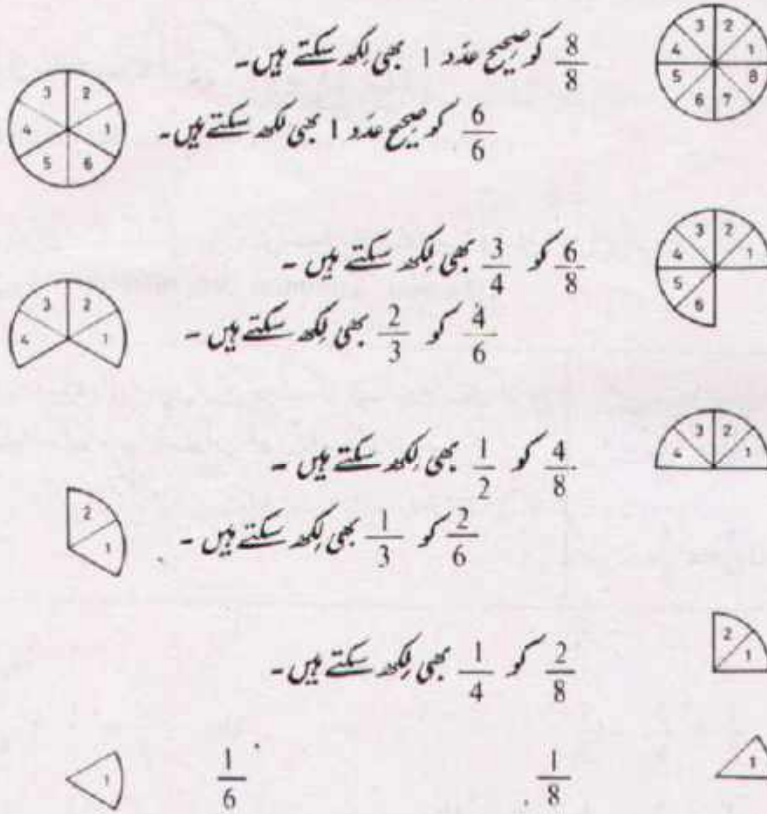
2.1۔ کسور عام: (Common fractions):

اگر کوئی چیز یا اکائی برابر حصوں میں تقسیم کی جائے، تو ایک حصہ یا ایک سے زیادہ برابر حصے کسر کہلاتے ہیں۔

کسر:

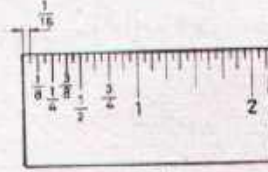
شمار کنندہ	اوپر والا عدد ہوتا ہے۔	2	شمار کنندہ
نسب نما	نیچے والا عدد ہوتا ہے۔	3	نسب نما
افقی لائن	تقسیم کی علامت کو ظاہر کرتی ہے۔		

مثال:



اوپر والی مثال میں ایک دائرے کو آٹھ برابر حصوں اور دوسرے دائرے کو چھ برابر حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے آٹھ حصوں میں تقسیم شدہ دائرے کا ہر حصہ آٹھواں حصہ کہلاتے گا اور 1/8 لکھا جائے گا۔ ایسے دو حصے لکھتے آٹھ

میں سے دو حصے (Two eights) کہلاتے ہیں۔ $(\frac{1}{4}$ یا $\frac{2}{8})$
 چوتھوں میں تقسیم شدہ دائرے کا ہر حصہ چھٹا حصہ کہلاتے گا اور $\frac{1}{6}$ لکھا جائے گا۔ ایسے دو حصے اکٹھے چوتھوں میں سے دو حصے (Two sixths) کہلاتے ہیں $(\frac{1}{3}$ یا $\frac{2}{6})$
 ایک دائرے کے حصوں پر غور کریں۔ اس میں منقسم کسریں ہوتی ہیں (شکل 2.01)۔



شکل 2.01

اوپر والی شکل میں ایک دائرے 16 برابر حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔ ہر حصہ سولہواں حصہ کہلاتا ہے اور $\frac{1}{16}$ لکھا جاتا ہے۔

2.2 یکساں نسب نما والی کسروں کی جمع:

(addition of fractions with like denominators)

کسروں کو جمع کرنے کے لیے یہ ضروری ہے کہ سارے نسب نما یکساں ہوں یعنی کم سے کم مشترک نسب نما
 (Lowest common denominator L.C.D.)

$\frac{1}{16} + \frac{1}{16}$ $= \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$	<p>جمع</p> <p>یکساں نسب نما والی کسروں کو جمع کرنے کے لیے شمار کنندگان کو جمع کر کے مشترک نسب نما کے اوپر لکھ کر جواب لکھ دیں۔ بعد ازاں جواب کو مختصر ترین کر لیں۔</p>
--	---

مشالیں:

(a) $\frac{1}{8} + \frac{2}{8} = \frac{3}{8}$

(b) $\frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

(c) $\frac{7}{8} + \frac{2}{8} + \frac{1}{8} + \frac{6}{8} = \frac{16}{8} = 2$

(d) $\frac{2}{6} + \frac{3}{6} = \frac{5}{6}$

(e) $\frac{4}{3} + \frac{2}{3} = \frac{6}{3} = 2$

(f) $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

2.3 - مختلف نسب نما والی کسروں کی جمع :

(addition of fractions with different denominators)

یکساں نسب نما یعنی مشترک نسب نما والی کسروں کی جمع میں دیکھا گیا ہے کہ صرف شمار کنندگان کو جمع کیا جاتا ہے۔

جیسے :

$$\frac{1}{16} + \frac{3}{16} + \frac{7}{16}$$

کا مطلب ہے :

سولہواں حصہ + سولہ میں سے 3 حصے + سولہ میں سے 7 حصے

$$= \text{سولہ میں سے 11 حصے}$$

جو کہ $\frac{11}{16}$ لکھے جاتے ہیں۔

مختلف نسب والی کسروں کو جمع کرنے کے لیے، جیسے :

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{8} + \frac{1}{5}$$

کسور کو پہلے ایسی متبادل یعنی مساوی کسروں میں تبدیل کرنا ہوتا ہے جن کے نسب نما مشترک یا یکساں ہوں۔ آسانی کے لیے وہی گنتی کسروں کا ذواضعاف اقل (L.C.D.) معلوم کرتے ہیں، لیکن اوپر والی مثال: $\frac{1}{5} + \frac{3}{8} + \frac{1}{4}$ جن کے نسب نما 4، 8 اور 5 ہیں، کا ذواضعاف اقل زبانی معلوم نہیں کیا جاسکتا، اس لیے اس کا حل یوں ہوگا:

2	4	8	5	A
2	2	4	5	B
2	1	2	5	C
5	1	1	5	D
	1	1	1	E

کسور کا ذواضعاف اقل مقسوم علیہ اعداد
5, 2, 2, 2, کا حاصل ضرب ہوگا۔
ذواضعاف اقل = $2 \times 2 \times 2 \times 5$
= 40

- 1- وہی گنتی کسروں کے نسب نما، لائن A میں دکھلانے کے طریقے سے لکھیں۔
- 2- چھوٹے سے چھوٹے عدد کا چناؤ کریں، جو کہ لائن A میں لکھے گئے اعداد میں ایک یا زیادہ اعداد کو پورا پورا تقسیم کرے۔ مقسوم علیہ 2 کا عدد ہے۔
- 3- ہر عدد کو 2 سے تقسیم کریں۔ اس طرح 4 کا عدد 2 سے 2 دفعہ اور 8 کا عدد 2 سے 4 دفعہ تقسیم ہوتا ہے۔ اگر کوئی عدد پورا پورا تقسیم نہ ہو سکتا ہو، تو اس کو ایسے ہی نیچے لکھ دیں۔ اس طرح اعداد کا دوسرا دستہ بن گیا۔ لائن B - اگر

۱ کا عدد حاصل ہو جائے تو اس کو ایسے ہی نیچے آتے جائیں۔ جیسے لائن C اور D میں۔

4۔ اعداد کے تیسرے دستے اور اگلے دستوں کے لیے عمل نمبر 2 اور 3 دہرائیں۔ یہاں تک کہ آخری دستے کے تمام اعداد 1 ہوں۔

لائن E۔

دی گئی کسر کو دوبارہ لکھنے سے :

$\frac{1}{4}$	$\frac{10}{40}$	40 کسر $10 = 4$ اور $10 = 1$ ضرب ، نیا شمار کنندہ
$\frac{3}{8}$	$\frac{15}{40}$	40 کسر $5 = 8$ اور $5 = 3$ ضرب ، نیا شمار کنندہ
$\frac{1}{5}$	$\frac{8}{40}$	40 کسر $8 = 5$ اور $8 = 1$ ضرب ، نیا شمار کنندہ

10 کسر $40 + 15$ کسر $40 + 8$ کسر 40 کو جمع کرنے سے 33 کسر 40 حاصل ہو گا۔ جو $\frac{33}{40}$ لکھا جاتا ہے۔ یعنی

$$\frac{10}{40} + \frac{15}{40} + \frac{8}{40} = \frac{33}{40}$$

جواب $\frac{33}{40}$ ایسی کسر ہے، جو اپنی کم سے کم رقم (Lowest term) میں ہے۔ کسروں سے متعلقہ سوالات میں جواب کو کم سے کم رقم میں معلوم کرنا مفروضہ ہوتا ہے۔ جس کسر کے شمار کنندہ اور نسب نامہ باہم مفرد (Prime) ہوں (یعنی کسی بھی مشترک عدد سے باہم تقسیم نہ ہو سکیں)، وہ کسر اپنی کم سے کم رقم کی حالت میں ہوتی ہے۔

دو اعداد باہم مفرد ہیں۔ جب کہ ان کا کوئی بھی مشترک مقسوم علیہ نہ ہو۔

مثال a :

3 اور 7 اور 3 اور 7 باہم مفرد ہیں۔ ان اعداد کو کوئی بھی عدد پورا پورا تقسیم نہیں کر سکتا ہے۔

مثال b :

اعداد 4 اور 12

$$\frac{4 \div 4}{12 \div 4} = \frac{1}{3}$$

4 اور 12 باہم مفرد نہیں ہیں۔ دونوں اعداد 4 کے عدد سے پورے پورے تقسیم ہو جاتے ہیں۔

کسر $\frac{4}{12}$ کم سے کم رقم میں نہیں ہے۔ کسر $\frac{1}{3}$ کم سے کم رقم کی حالت میں ہے۔

اصول:

کسی کسر کے شمار کنندہ اور نسب نما کو اگر ایک ہی عدد سے پورا پورا تقسیم کر کے نئی کسر بنائی جائے تو اصل کسر اور نئی کسر میں کوئی فرق نہیں پڑتا۔ اسی طرح کسی کسر کے شمار کنندہ اور نسب نما کو کسی بھی عدد سے ضرب دینے سے نئی کسر اور اصل کسر کی قیمت میں کوئی فرق نہیں پڑتا۔

مثال:

$$\frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{3}{6} \quad \text{or} \quad \frac{1}{2} = \frac{3}{6}$$

2.4 - یکساں نسب نما والی کسور کی تفریق:

(Subtraction of fractions with like denominators)

تفریق کے لیے بھی وہی اصول ہیں جو جمع کے لیے ہیں۔

<p>تفریق:</p> $\frac{4}{5} - \frac{3}{5}$ $= \frac{1}{5}$	<p>یکساں نسب نما والی کسروں کی تفریق کرنے کے لیے شمار کنندگان کی تفریق کر کے فرق کو مشترک نسب نما کے اوپر لکھ دیا جاتا ہے۔ بعد ازاں جواب کو مختصر ترین کر لیا جاتا ہے۔</p>
---	--

مثالیں:

(a) $\frac{7}{8} - \frac{3}{8}$

$$= \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

(b) $\frac{11}{16} - \frac{7}{16}$

$$= \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

(c) $\frac{5}{6} - \frac{2}{6}$

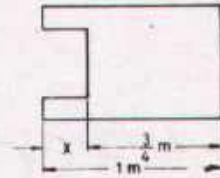
$$= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

نیچے دکھائی گئی شکل میں فاصلہ "x" معلوم کریں۔

$$x = 1\text{m} - \frac{3}{4}\text{m}$$

$$= \frac{4}{4}\text{m} - \frac{3}{4}\text{m}$$

$$= \frac{1}{4}\text{m}$$



2.02

اگر $\frac{4}{4}$ بھی لکھ سکتے ہیں۔

2.5 - مختلف نسب نما والی کسروں کی تفریق:

(Subtraction of fractions with different denominators)

مختلف نسب نما والی کسروں کی تفریق بھی اسی طرح کی جاتی ہے جس طرح جمع۔ کسروں کو پہلے ایسی متبادل کسروں (equivalent fractions) میں تبدیل کرنا پڑتا ہے، جن کے نسب نما مشترک ہوں۔

مثال a:

$\frac{7}{8}$ میں سے $\frac{2}{3}$ تفریق کریں۔

حل:

$$\begin{array}{r|l} \frac{7}{8} & \frac{21}{24} \\ \frac{2}{3} & \frac{16}{24} \\ \hline & \frac{5}{24} \end{array}$$

چونکہ کسروں $\frac{7}{8}$ اور $\frac{2}{3}$ کا ذواضعاف اقل 24 ہے۔ اس لیے متبادل کسریں $\frac{21}{24}$ اور $\frac{16}{24}$ ہیں۔

تفریق کرنا:

21 کسر 24 میں سے 16 کسر 24 تفریق کرنے سے 5 کسر 24 حاصل ہوتا ہے، جو $\frac{5}{24}$ لکھا جاتا ہے۔

مثال b:

$4\frac{1}{2}$ میں سے $3\frac{7}{8}$ تفریق کریں۔

حل:

$$\begin{array}{r|l} 4\frac{1}{2} & \frac{9}{2} = \frac{36}{8} \\ 3\frac{7}{8} & \frac{31}{8} = \frac{31}{8} \\ \hline & \frac{5}{8} \end{array}$$

مفکوط اعداد (mixed numbers) کو پہلے غیر واجب کسروں (Improper fractions) میں تبدیل کریں۔ ان کسروں کو کم سے کم مشترک نسب نما والی متبادل کسروں میں تبدیل کریں۔

تفریق کرنا:

36 کسر 8 میں سے 31 کسر 8 تفریق کرنے سے 5 کسر 8 حاصل ہوتا ہے، جو $\frac{5}{8}$ لکھا جاتا ہے۔

2.6 — واجب کسر غیر واجب کسر اور مخلوط کسر :

(Proper fraction, Improper fraction and mixed fraction)

واجب کسر:

جب شمار کنندہ نسبت نما سے چھوٹا ہو تو ایسی کسر واجب کسر کہلاتی ہے۔

مثالیں :

$$\frac{1}{11}, \frac{3}{4}, \frac{5}{8}, \frac{2}{6}, \frac{1}{3}$$

جب شمار کنندہ اور نسبت نما باہم مفرد (Prime) ہوں، تو ایسی کسر اپنی کم سے کم رقم (Lowest term) میں ہوتی ہے۔ ایسے اعداد باہم مفرد ہوتے ہیں، جن کا کوئی بھی مشترک مقسوم علیہ نہ ہو۔

مثال a :

$$\frac{3}{5} \quad \text{اعداد 3 اور 5 باہم مفرد ہیں، کیونکہ ان کو کوئی بھی عدد بغیر باقی بچنے کے پورا پورا تقسیم نہیں کر سکتا۔}$$

کسروں سے متعلقہ سوالات کو حل کرتے وقت جواب کو کم سے کم رستم میں تبدیل کرنا چاہیے۔
جیسے اوپر کی مثال میں کسر $\frac{3}{5}$ کو مزید مختصر نہیں کیا جاسکتا۔ چونکہ 3 اور 5 میں کوئی بھی مشترک مقسوم علیہ نہیں ہے، اس لیے کسر $\frac{3}{5}$ اپنی کم سے کم رقم میں ہے۔

مثال b :

$$\frac{4}{8} \quad \text{اعداد 4 اور 8 باہم مفرد نہیں ہیں، کیونکہ عدد 4 ان دونوں اعداد کا مشترک مقسوم علیہ ہے۔ اس لیے کسر $\frac{4}{8}$ اپنی کم سے کم رستم میں نہیں ہے۔}$$

کسر $\frac{1}{2}$ اپنی کم سے کم رقم میں ہے۔
مثال c : مندرجہ ذیل کسروں کو کم سے کم رستم میں تبدیل کریں۔

$$(i) \frac{9}{27}, (ii) \frac{8}{36}, (iii) \frac{27}{55}$$

$$(i) \frac{9}{27} \quad \text{شمار کنندہ اور نسبت نما میں 9 مشترک مقسوم علیہ ہے}$$

$$\therefore \frac{1}{3} \quad \text{کسر کم سے کم رقم میں ہے۔}$$

$$(ii) \frac{8}{36} \quad \text{4 مشترک مقسوم علیہ ہے۔}$$

$$\therefore \frac{2}{9} \quad \text{کسر کم سے کم رستم میں ہے۔}$$

$$(iii) \frac{27}{55} \quad \text{شمار کنندہ اور نسبت نما باہم مفرد ہیں، اس لیے کسر اپنی کم سے کم رقم میں ہے۔}$$

غیر واجب کسر:

جب شمار کنندہ نسب نما سے بڑا یا نسب نما کے برابر ہو، تو ایسی کسر غیر واجب کسر کہلاتی ہے۔
مثالیں:

$$\frac{4}{4} ، \frac{8}{8} ، \frac{8}{3} ، \frac{9}{7}$$

جیسا کہ شمار کنندہ اور نسب نما کے درمیان لائن تقسیم کی علامت کو ظاہر کرتی ہے، اس لیے غیر واجب کسر کو مختصر کرنے کے لیے تقسیم کا عمل کرنا ہوتا ہے۔

مثال a:

ایک حصہ 7 کسر 7 پر مشتمل ہے، یا 1، لہذا 9 کسر 7 میں سے اب بھی 2 کسر 7 باقی ہے۔ اس لیے جواب 1 اور 2 کسر 7 ہے۔ جو $1\frac{2}{7}$ لکھا جاتا ہے۔

$$\frac{9}{7} = 1\frac{2}{7}$$

$1\frac{2}{7}$ کو اس طرح پڑھتے ہیں: ایک صحیح، دو کسرات۔

(one whole number 2 over 7)

مثال b:

ایک حصہ 9 کسر 9 پر مشتمل ہے، لہذا 27 کسر 9 صحیح عدد 3 کے برابر ہو گیا

$$\frac{27}{9} = 3$$

$$3 = \frac{27}{9}$$

29 کسر 9 میں سے اب بھی 2 کسر 9 باقی ہے، لہذا کسر کو یوں

بھی لکھ سکتے ہیں: $3\frac{2}{9}$

ایسے اعداد جیسے مثال a اور b میں لکھے گئے ہیں، یعنی $1\frac{2}{7}$ اور $3\frac{2}{9}$ کو مخلوط کہتے ہیں۔ ایسے مخلوط اعداد، صحیح عدد یا اعداد اور ایک کسر پر مشتمل ہوتے ہیں۔

مخلوط کسر:

مخلوط کسر جیسا کہ بیان کیا گیا ہے، یہ صحیح عدد اور ایک کسر پر مشتمل ہوتی ہیں۔ اس سے ظاہر ہے کہ مخلوط کسر کا مجموعہ صحیح اعداد کے مجموعے جمع کسر دل کے مجموعے کے برابر ہوگا۔

مثال a :

حل : $1\frac{1}{8}$ ، $2\frac{7}{16}$ ، $3\frac{1}{4}$ کو جمع کریں۔

صحیح اعداد	کسور	کے مشترک نسبت نامی مساوی کسور
1	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{16}$
2	$\frac{7}{16}$	$\frac{7}{16}$
3	$\frac{1}{4}$	$\frac{4}{16}$
6		$\frac{13}{16}$

کسوروں کے مجموعے $\frac{13}{16}$ اور صحیح اعداد کے مجموعے 6 کو اکٹھا لکھنے سے 6 اور 13 کسور 16 حاصل ہوتا ہے، جس کو $6\frac{13}{16}$ بھی لکھ سکتے ہیں۔

مثال b : $2\frac{3}{4}$ ، $3\frac{7}{8}$ کو جمع کریں۔

$$2\frac{3}{4} = \frac{11}{4}$$

$$3\frac{7}{8} = \frac{31}{8}$$

مخلوط کسور کو غیر واجب کسور میں تبدیل کریں۔ چونکہ ہر حصہ 1 کسور 4 یعنی ایک چوتھائی پر مشتمل ہے۔ صحیح عدد 2 کو مقسوم علیہ عدد 4 سے ضرب دے کر حاصل ضرب 8 کے نیچے مقسوم علیہ عدد 4 لکھنے سے 8 کسور 4 حاصل ہوتا ہے۔ اس کو 3 کسور 4 میں جمع کریں تو 11 کسور 4 حاصل ہوتا ہے، جس کو $\frac{11}{4}$ بھی لکھ سکتے ہیں۔ اس میں 3 ضرب 8 کسور 8 کے جتنے ہیں یا 24 کسور 8۔ اس کو 7 کسور 8 میں جمع کریں، تو 31 کسور 8 حاصل ہوتا ہے، جس کو $\frac{31}{8}$ بھی لکھ سکتے ہیں۔

$\frac{31}{8}$ کسور 8 جمع 31 کسور 8 = 53 کسور 8 جس کو $\frac{53}{8}$ لکھ سکتے ہیں۔

مختصر کرنے کے بعد

$6\frac{5}{8}$ حاصل ہوتا ہے۔

مثال b میں بتایا گیا طریقہ مخلوط کسور کو حل کرنے کا ایک اور طریقہ ہے۔

دوبارہ لکھنے سے	مبادل کسور	غیر واجب کسور
$\frac{11}{4}$	$\frac{22}{8}$	$\frac{31}{8}$
$\frac{31}{8}$	$\frac{31}{8}$	

2.7 - کسور کی ضرب :

شمار کنندگان کو ضرب دیں اور حاصل ضرب لائن کے اوپر لکھیں۔

ضرب دیں :

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{5}$$

نسب ناقول کو ضرب دیں اور حاصل ضرب لائن کے نیچے لکھیں۔

اگر ممکن ہو تو شمار کنندہ اور نسب نما کو بڑے سے بڑے مشترک عدد سے تقسیم کریں۔ اس عمل کو عمل تنسیخ

Cancellation کہتے ہیں۔

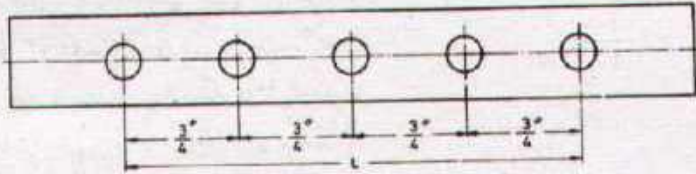
حاصل ضرب کو مختصر کریں۔

مثالیں :

$$(a) \frac{4}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{4}{15}$$

$$(b) \frac{1}{4} \times \frac{2}{7} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{7} = \frac{1}{28}$$

(c) $\frac{3}{4}$ کی مرکزی دوری پر 5 سوراخ کرنے مقصود ہیں۔ (شکل 2.03)۔ دونوں کنارے والے سوراخوں کا مرکزی فاصلہ "L" کیا ہوگا؟



شکل 2.03

$$L = \frac{3}{4} \times 4$$

$$= \frac{3}{4} \times \frac{4}{1}$$

$$= \frac{3}{1} = 3$$

آسانی کے لیے شمار کنندہ 4 کے نیچے 1 لکھ دیا ہے، اس سے کوئی فرق نہیں پڑتا ہے۔

اوپر والی مثال نشان لگانے کے لیے سود مند ہے۔ جب نشان لگانے والے آلے کی نوک آخری مرکزی نشان پر پیمائش کے مطابق ٹھیک بیٹھے تو نشان وہی ٹھیک ہے اور سکرائیبر سے خط کشی کر سکتے ہیں۔

(d) $\frac{2}{3}$ کو $\frac{9}{16}$ سے ضرب دیں۔

حل :

$$\frac{2}{3} \times \frac{9}{16} = \frac{3}{8}$$

دکھلایا گیا طریقہ آسان ہے اور کم وقت میں سوال حل کر سکتے ہیں۔ یہ طریقہ عمل تین

کہلاتا ہے۔

عمل تین میں وہی گئی کسروں کے شمار کنندگان اور نسب نماؤں کو مشترک تقسوم علیہ یا مشترک جزو سے تقسیم کرتے ہیں۔

اعداد 3 اور 9 میں عدد 3 مشترک ہے، جبکہ اعداد 2 اور 16 میں عدد 2 مشترک ہے۔

(e) $2\frac{1}{2}$ ، $3\frac{2}{3}$ ، $1\frac{1}{5}$ کو ضرب دیں۔

مخلوط اعداد کو غیر واجب کسروں میں تبدیل کریں۔
شمار کنندگان اور نسب نماؤں کو مشترک اعداد سے تقسیم کریں۔

$$\begin{aligned} & 2\frac{1}{2} \times 3\frac{2}{3} \times 1\frac{1}{5} \\ & = \frac{4}{2} \times \frac{11}{3} \times \frac{6}{5} \\ & = \frac{1 \times 11 \times 1}{1 \times 1 \times 1} \\ & = \frac{11}{1} = 11 \end{aligned}$$

باقی ماندہ شمار کنندگان 1، 1، اور 1 کا حاصل ضرب جواب کا شمار کنندہ ہے اور اسی طرح باقی ماندہ نسب نماؤں 1، 1 اور 1 کا حاصل ضرب جواب کا نسب نما ہے۔

2.8 — کسور کی تقسیم :

مقسوم علیہ کسر (کسر بعد از علامت تقسیم) کو الٹ دیں اور تقسیم کی علامت کو ضرب کی علامت میں تبدیل کر دیں۔

دونوں کسروں کو اسی طرح ضرب دیں، جس طرح پہلے کسروں کی ضرب میں بیان کیا گیا ہے۔
کسر کو مختصر کریں۔

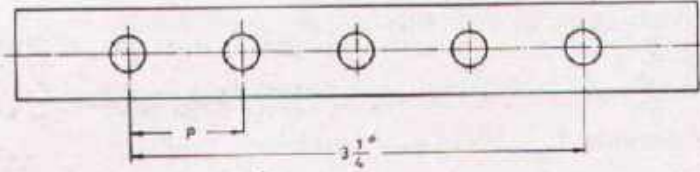
$$\begin{aligned} & \frac{3}{16} \div \frac{9}{32} \\ & = \frac{3}{16} \times \frac{32}{9} \\ & = \frac{1 \times 2}{1 \times 3} \\ & = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

مثالیں :

(a) $\frac{1}{3} \div \frac{3}{5} = \frac{1}{3} \times \frac{5}{3} = \frac{5}{9}$

(b) $\frac{3}{4} \div \frac{15}{16} = \frac{3}{4} \times \frac{16}{15} = \frac{4}{5}$

(c) نیچے دکھائی گئی شکل 2.04 کے مطابق لوہے کی پتھری میں برابر برابر فاصلے پر پانچ سوراخ کرنے مقصود ہیں۔ سوراخوں کا درمیانی فاصلہ "p" کتنا ہوگا ؟



شکل 2.04

$$p = \frac{3\frac{1}{4}}{4} = 3\frac{1}{4} \div 4$$

$$= \frac{13}{4} \times \frac{1}{4}$$

$$= \frac{13}{16}$$

$$\frac{3}{4} \div \frac{2}{3}$$

$$= \frac{3}{4} \times \frac{3}{2}$$

$$= \frac{9}{8} = 1\frac{1}{8}$$

$$\frac{7}{8} \div 2$$

$$= \frac{7}{8} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{16}$$

$$2\frac{1}{3} \div 1\frac{3}{8} = \frac{7}{3} \div \frac{11}{8}$$

$$= \frac{7}{3} \times \frac{8}{11} = \frac{56}{33} = 1\frac{23}{33}$$

(d) $\frac{3}{4}$ کو $\frac{2}{3}$ سے تقسیم کریں۔
مقسوم علیہ کسر $\frac{2}{3}$ کو اٹاکر $\frac{3}{2}$ لکھیں۔
اور تقسیم کے نشان کو ضرب کے نشان میں
تبدیل کر کے ضرب دیں۔

(e) $\frac{7}{8}$ کو 2 سے تقسیم کریں۔
ایسی صورت میں جب صحیح عدد بھی ہو تو صحیح
عدد کا نسب نما ہمیشہ 1 لکھتے ہیں اور پھر مثال
b کی طرح ضرب دیں۔

(f) $2\frac{1}{3}$ کو $1\frac{3}{8}$ سے تقسیم کریں۔
مخلوط کسور کو غیر واجب کسروں میں تبدیل کریں۔
مقسوم علیہ کسر کو اٹاکر لکھیں اور تقسیم کی علامت کو
ضرب کی علامت میں تبدیل کر کے لکھیں اور پھر
کسروں کی ضرب کی طرح ضرب دیں۔

سوالات متعلقہ ضرب اور تقسیم

مثال:

$$2\frac{1}{2} \times 3\frac{3}{4} \div 1\frac{2}{3} \quad \text{حل کریں :-}$$

$$\begin{aligned} & 2\frac{1}{2} \times 3\frac{3}{4} \div 1\frac{2}{3} \\ & = \frac{5}{2} \times \frac{15}{4} \div \frac{5}{3} \\ & = \frac{1}{2} \times \frac{15}{4} \times \frac{3}{5} \\ & = \frac{45}{8} = 5\frac{5}{8} \end{aligned}$$

حل: مخلوط کسور کو غیر واجب کسروں میں تبدیل کریں -
مقسوم علیہ کسر $\frac{5}{3}$ کو اٹاکر $\frac{3}{5}$ لکھیں اور تقسیم
کے نشان کو ضرب کے نشان میں تبدیل کریں -
کسروں کو ضرب کی طرح ضرب دیں -
جواب کو مختصر کریں -

مرکب کسور (Complex fractions):
مثال: حل کریں :-

$$\left(2\frac{1}{2} + 1\frac{3}{4}\right) \div \left(2\frac{1}{6} - 1\frac{2}{3}\right)$$

اوپر دی گئی مثال میں لکھی گئی رقم کو کسر مرکب کہتے ہیں۔ شمار کنندہ یا نسب نما یا دونوں ہی کسریں ہوتے ہیں۔

$$\begin{aligned} & \frac{2\frac{1}{2} + 1\frac{3}{4}}{2\frac{1}{6} - 1\frac{2}{3}} \\ & = \frac{\frac{5}{2} + \frac{7}{4}}{\frac{13}{6} - \frac{5}{3}} \\ & = \frac{\frac{10}{4} + \frac{7}{4}}{\frac{13}{6} - \frac{10}{6}} = \frac{\frac{17}{4}}{\frac{3}{6}} = \frac{17}{4} \div \frac{3}{6} \\ & = \frac{17}{4} \times \frac{6}{3} \\ & = \frac{17}{2} = 8\frac{1}{2} \end{aligned}$$

حل: سب سے پہلے شمار کنندگان اور نسب نماؤں کو
دی گئیں علامتوں (جمع اور تفریق) کے مطابق
مختصر کریں -

1 - a - غیر واجب کسروں میں تبدیل کریں -
b - شمار کنندہ کسروں کا ذواضعاف اقل نکال کر
جمع کریں - جو $\frac{17}{4}$ آتا ہے -
c - نسب نما کسروں کا ذواضعاف اقل نکال کر
تفریق کریں، جو $\frac{3}{6}$ آتا ہے -

2 - شمار کنندہ کسر کو نسب نما کسر سے تقسیم کریں
مقسوم علیہ کسر $\frac{3}{6}$ کو اٹاکر لکھیں اور تقسیم کا
نشان ضرب کے نشان میں تبدیل کر کے لکھیں اور
کسروں کی ضرب کی طرح ضرب دیں -

3 - کسر $\frac{17}{2}$ کو مختصر کر کے لکھیں، جو مخلوط کسر میں $8\frac{1}{2}$ لکھی جائے گی۔

مشق 2

مندرجہ ذیل سوالات کو حل کریں اور جواب کو مختصر یعنی کم سے کم رستم میں لکھیں :-

1) $\frac{1}{8} + \frac{5}{8} + \frac{7}{8} + \frac{3}{8}$

14) $2\frac{1}{5} + 4\frac{1}{4} - 8\frac{11}{12} + 5\frac{5}{9}$

2) $\frac{11}{16} - \frac{15}{16} + \frac{8}{16} + \frac{1}{16}$

15) $6\frac{7}{16} + \frac{7}{8} + \frac{2}{3} + 10\frac{15}{16}$

3) $\frac{16}{3} - \frac{2}{3} - \frac{7}{3} - \frac{4}{3} - \frac{1}{3}$

16) $4 + 11\frac{3}{5} - 4\frac{5}{6} - 3\frac{2}{3} - 2\frac{1}{6}$

4) $\frac{7}{12} + \frac{3}{10} + \frac{8}{15}$

17) $14\frac{3}{10} - 8\frac{7}{15} - 6\frac{9}{20} + 2\frac{17}{30}$

5) $\frac{2}{5} + \frac{5}{9} + \frac{1}{8} + \frac{7}{20}$

18) $5\frac{2}{3} + \frac{49}{240} + 4\frac{7}{120} + 8\frac{21}{80}$

6) $\frac{15}{16} + \frac{8}{3} + \frac{2}{3}$

19) $\frac{15}{64} - \frac{13}{32} - \frac{5}{8} + \frac{53}{64}$

7) $\frac{8}{5} - \frac{3}{7} - \frac{3}{8} - \frac{3}{10}$

20) $\frac{19}{32} + \frac{11}{16} + 4\frac{5}{6} + 8\frac{1}{2}$

8) $\frac{9}{8} - \frac{2}{3} - \frac{2}{7} - \frac{3}{5}$

21) $1\frac{3}{4} - 16 + 8\frac{1}{12} + 9\frac{13}{16}$

9) $\frac{9}{16} - \frac{7}{8} + \frac{15}{32}$

22) $5 - 8\frac{1}{2} - 3\frac{3}{4} + 7\frac{1}{12}$

10) $\frac{19}{28} + \frac{32}{35} - \frac{16}{21} - \frac{21}{49}$

23) $\frac{1}{2} \times 8$

11) $\frac{7}{9} + \frac{3}{5} + \frac{9}{16} + \frac{11}{15}$

24) $\frac{5}{8} \times 7$

12) $2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{2} + 4\frac{1}{2} + 5\frac{1}{2}$

25) $\frac{1}{2}$ of $\frac{3}{4}$

13) $5\frac{3}{4} - 6\frac{1}{2} - 4\frac{3}{8} + 5\frac{7}{8}$

26) $\frac{2}{3}$ of $1\frac{1}{2}$

27) $\frac{3}{4} \times \frac{4}{9} \times 3\frac{1}{4}$

28) $2\frac{3}{4} \times 5$

نوٹ: لفظ 'of' کا قہری مطلب ہوتا ہے، جو ضرب کی علامت (x) کا ہوتا ہے۔

مندرجہ ذیل سوالات حل کریں:-

29 - (a) دائرے کا محیط معلوم کرنے کے لیے قطر کو $\frac{22}{7}$ سے ضرب دیتے ہیں۔ دائرے کا محیط معلوم کریں، جس کا قطر $6\frac{1}{2}$ سنٹی میٹر ہو۔

(b) $2\frac{1}{2}$ سنٹی میٹر لمبائی کے 20 بلاک اکٹھے ایک دوسرے کے اوپر رکھے جوتے ہیں۔ کل اونچائی کیا ہوگی؟

(c) 10 ملی میٹر قطر کا سوراخ کرنے کے لیے $15\frac{1}{2}$ سیکنڈ درکار ہوتے ہیں۔ 17 سوراخ کرنے کے لیے کتنا وقت درکار ہوگا؟

(d) اگر سوال (c) میں ایک سوراخ میں سے خارج شدہ دھات کا وزن 135 گرام (g) ہو، تو 17 سوراخوں میں سے خارج شدہ دھات کا کل وزن کتنا ہوگا؟

30 - $\frac{5}{8} \div \frac{10}{11}$

32 - $4\frac{3}{8} \div 6$

31 - $\frac{1}{3} \div \frac{5}{3}$

33 - $1\frac{1}{3} \div 5\frac{1}{3}$

34 - (a) 110 سنٹی میٹر لمبی اور 20 سنٹی میٹر چوڑی مائیلڈ سٹیل کی پٹری میں 15 سوراخ برابر برابر

مرکزی فاصلے پر نکالنے ہیں۔ درمیانہ سوراخوں کے مرکزی فاصلے کیا ہوگا؟

(b) مائیلڈ سٹیل کی پٹری میں 20 سوراخ 20 سنٹ 25 سیکنڈ میں کیے گئے ہیں۔ ایک سوراخ کے نکالنے میں کتنا وقت صرف ہوا؟

کسور اعشاریہ

3.1 کسور اعشاریہ :

کسور اعشاریہ وہ کسر ہے جس کا نسب نما 10 یا 10 کی کوئی طاقت جیسے 100، 1,000، یا 10,000 ہو۔

$$\frac{1}{10}، \frac{25}{100}، \frac{125}{1,000} \text{ اعشاری کسریں ہیں۔}$$

$$\frac{1}{10} = 0.1$$

$$\frac{25}{100} = 0.25$$

$$\frac{125}{1000} = 0.125$$

یہ ظاہر ہے کہ کسر کا شمار کنندہ ذہنی عدد ہے جو اعشاریہ کے نشان کے بعد عدد ہے اور اتنے ہی اعداد ہیں جتنے کہ نسب نما میں صفر (0) ہیں۔

مندرجہ ذیل جدول میں اعداد کی متناسب قیمتوں کی وضاحت کر دی گئی ہے:-

One hundred	ایک سو	100
Ten	دس	10
One	ایک	1
One tenth	ایک کسر دس	0.1
One hundredth	ایک کسر سو	0.01
One thousandth	ایک کسر ہزار	0.001
One ten-thousandth	ایک کسر دس ہزار	0.0001
One hundred thousandth	ایک کسر سو ہزار	0.00001

مشالیں :

- (a) 0.047 میٹریس کسر ہزار
- (b) 0.1001 ایک ہزار ایک کسر دس ہزار
- (c) 3.3125 تین اور تین ہزار ایک سو پچیس کسر دس ہزار
- (d) 0.000635 چھ سو پینتیس کسر ایک بلین
- (e) جب ہم یہ کہتے ہیں کہ درمیر کیلیپر کی درستی 1 کسر 10 ملی میٹر ہے، تو اس کا مطلب $\frac{1}{10}$ ملی میٹر یا 0.1 ملی میٹر ہوتا ہے۔
- (f) جب ہم یہ کہتے ہیں کہ مائیکرو میٹر کی درستی 1 کسر 100 ملی میٹر ہے، تو اس کا مطلب $\frac{1}{100}$ ملی میٹر یا 0.01 ملی میٹر ہوتا ہے۔

3.2۔ کسر اعشاریہ کو کسر عام میں تبدیل کرنا:

مثال a:

$$0.005 = \frac{5}{1000}$$

$$\frac{5}{1000} = \frac{1}{200}$$

$$\therefore 0.005 = \frac{1}{200}$$

0.005 کو کسر عام میں تبدیل کریں۔

حل: اعشاریہ کے نشان کے بعد والا عدد (5) شمار کنندہ ہوگا، جبکہ نسبت نما 1 کے ساتھ تین صفر (1000) ہوں گے۔ کیونکہ اعشاریہ کے نشان کے بعد تین طرف تین ہندسے ہیں۔ اس حاصل کی گئی کسر عام کو مزید مختصر کرنا ہے اور کم سے کم قیمت میں لانا ہے۔ عمل قسیم کے ذریعے پانچ تقسیم پانچ ایک اور ہزار تقسیم پانچ دو سو ہوگا۔ اس طرح:

$\frac{1}{200}$ اپنی کم سے کم رقم میں ہے۔

مثال b: 0.96875 کو کسر عام میں تبدیل کریں۔

$$0.96875 = \frac{96875}{100000}$$

$$= \frac{96875 \div 125}{100000 \div 125} = \frac{775}{800}$$

$$= \frac{775 \div 25}{800 \div 25}$$

$$= \frac{31}{32}$$

$$\therefore 0.96875 = \frac{31}{32}$$

96875 شمار کنندہ ہے اور نسبت نما

1 کے ساتھ پانچ صفر ہیں۔ شمار کنندہ

اور نسبت نما کا مشترک مقسوم علیہ ایک دم ہی

نہیں پٹنا جاسکے گا، اس لیے آزمائش کر

کے ایسا مشترک مقسوم علیہ چنتے ہیں، جو شمار کنندہ

اور نسبت نما کو پورا پورا تقسیم کر دے۔

125 کو آزمائیں۔ یہ 96875 کو 775

پر پورا پورا تقسیم کر دے گا۔ نیز

100,000 کو 800 پر پورا پورا تقسیم

کر دے گا۔ اس طرح کسر $\frac{775}{800}$

ابھی بھی کم سے کم رقم میں نہیں ہے۔ اس کو

مزید مختصر کرنا ہے، اس لیے مزید کسی مشترک

مقسوم علیہ سے تقسیم کرتے جاتیں۔ حتیٰ کہ شمار

اور نسبت نما باہم مفرد رہ جائیں۔ کسر $\frac{31}{32}$ کم

سے کم رقم میں ہے جو مزید مختصر نہیں ہو سکتی۔

کسر $\frac{31}{32}$ اپنی کم سے کم رقم میں ہے۔

3.3 — اضعاف اعشاریہ یا اکائی کے حصے

(Decimal multiplies or parts of Unit)

ضعف / حصہ	نام	مخفف	اکائی میٹر	اکائی گرام	اکائی لیٹر
1,000,000	میگا (mega)	M	میگا میٹر (mega meter)	میگا گرام (mega gram)	میگا لیٹر (mega litre)
1,000	کلو	k	کلو میٹر	کلو گرام	کلو لیٹر
100	ہیکٹو	h	ہیکٹو میٹر	ہیکٹو گرام	ہیکٹو لیٹر
10	ڈیکا	da	ڈیکا میٹر	ڈیکا گرام	ڈیکا لیٹر
1	--	--	میٹر	گرام	لیٹر
0.1	ڈیسی	d	ڈیسی میٹر	ڈیسی گرام	ڈیسی لیٹر
0.01	سنٹی	c	سنٹی میٹر	سنٹی گرام	سنٹی لیٹر
0.001	ملی	m	ملی میٹر	ملی گرام	ملی لیٹر
0.000001	مائیکرو	μ	مائیکرو میٹر	مائیکرو گرام	مائیکرو لیٹر

نوٹ: کسی بھی اکائی کے ضعف یا حصے کا مخفف اس اکائی کے مخفف کے ساتھ پہلے لکنا جاتا ہے۔

مثالیں: 1 kilogram = 1 kg. ; 1 centimeter = 1 cm.

1 millilitre = 1 ml.

اکائی کے اضعاف / حصوں کو باہم تبدیل کرنا:

بعض اوقات اکائی کے ایک ضعف یا حصے کو دوسرے ضعف یا حصے میں تبدیل کرنا ہوتا ہے۔

1 سنٹی میٹر	کو	میٹر	میں	تبدیل	کریں:	1 سنٹی میٹر = 0.01 میٹر
2 " " " "	"	"	"	"	"	2 " " " " = 0.02 میٹر
10 " " " "	"	"	"	"	"	10 " " " " = 0.1 میٹر
35 " " " "	"	"	"	"	"	35 " " " " = 0.35 میٹر
1 ملی میٹر	کو	میٹر				1 ملی میٹر = 0.001 میٹر
2 " " " "	"	"	"	"	"	2 " " " " = 0.002 میٹر
35 " " " "	"	"	"	"	"	35 " " " " = 0.035 میٹر
1 کلو میٹر						1 کلو میٹر = 1000 میٹر
2 " " " "	"	"	"	"	"	2 " " " " = 2000 میٹر
10 " " " "	"	"	"	"	"	10 " " " " = 10,000 میٹر
35 " " " "	"	"	"	"	"	35 " " " " = 35,000 میٹر

جب کسی اکائی کے ایک ضلع کو دوسرے ضلع یا حصے میں تبدیل کرنا ہو تو اس طرح کریں :-
 8 سنٹی میٹر کو کلومیٹر میں تبدیل کریں : سنٹی میٹر سے آگے درجوں کی گنتی کریں -
 سنٹی میٹر، ڈیسی میٹر، میٹر، ڈیکامیٹر، ہیکٹومیٹر، کلومیٹر
 ہر درجے کے لیے 10 سے تقسیم کریں -
 اس طرح :

$$8 \text{ cm} = \frac{8}{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10} = \frac{8}{1,00,000}$$

$$= 0.00008 \text{ km.}$$

3.4 - کسرا عشاریہ کی جمع :

(addition of decimals)

مسئله :

کو جمع کریں - 6.52, 0.0084, 1.728

$$\begin{array}{r} \text{addends} \left\{ \begin{array}{l} 1.728 \\ 0.0084 \\ 6.52 \end{array} \right. \\ \hline 8.2564 \end{array}$$

ویسے گئے اعداد کو اس طرح لکھیں کہ اعشاریہ کے نشان ایک دوسرے کے اوپر آئیں -
 عام صحیح اعداد کی جمع کی طرح جمع کریں -
 حاصل جمع میں اعشاریہ کا نشان اسی جگہ رہے گا
 جہاں دوسرے اعداد کا ہے -

3.5 - کسرا عشاریہ کی تفریق : (Subtraction of decimals)

مسئله : 125.68 میں سے 82.875 تفریق کریں -

$$\begin{array}{r} 125.680 \\ - 82.875 \\ \hline 42.805 \end{array}$$

تفریق کرنے والی رقم
 تفریق ہونے والی رقم
 فرق

ویسے گئے اعداد کو اس طرح لکھیں کہ اعشاریہ کے نشان ایک دوسرے کے اوپر آئیں -
 عام صحیح اعداد کی جمع کی طرح اگر اعشاریہ کے بعد کم اعداد ہوں تو صفر بڑھائیں -
 عام صحیح اعداد کی تفریق کی طرح تفریق کریں -
 فرق میں اعشاریہ کا نشان اسی جگہ رہے گا جہاں دوسرے اعداد کا ہے -

3.6 — کسری اعشاریہ کی ضرب :

(multiplication of decimals)

مثال : 27.63 کو 8.322 سے ضرب دیں۔

مضروب	27.63	عام صحیح اعداد کی طرح ضرب دیں۔
مضروب فیہ	8.322	مضروب اور مضروب فیہ میں اعشاریہ کے
	5526	دائیں طرف اعداد گن لیں اور حاصل ضرب
	5526	میں دائیں طرف سے گن کر اعداد کی تعداد
	8289	کے مطابق اعشاریہ کا نشان لگائیں۔ (دی گئی
	22104	مثال میں مضروب اور مضروب فیہ میں
حاصل ضرب	229.93686	اعشاریہ کے بعد دائیں طرف 5 اعداد ہیں لہذا
		حاصل ضرب میں دائیں طرف سے گن کر 5 اعداد
		کے بعد اعشاریہ کا نشان لگے گا۔)

حاصل ضرب کا اعشاریہ والا حصہ سو ہزارویں حصے کو ظاہر کرتا ہے۔ عام طور پر کاری کر ان چھوٹی اکائیوں کو بہت کم استعمال کرتے ہیں۔ کام کی درستگی کے معیار کا تعین پہلے سے کر لینا ہوتا ہے۔ اس مثال میں حاصل ضرب کو ہزارویں حصے تک مختصر کرتے ہیں۔ اعشاریہ کے بعد اعداد کو ہزارویں حصے تک مختصر کرنا ہے۔

$$229.93686 = 229.937$$

اعشاریہ کے بعد تیسرے عدد کے بعد والے اعداد کو چھوڑ دیا گیا ہے، مگر تیسرا عدد 6 کے بجائے 7 لکھا گیا ہے۔

3.7 — کسری اعشاریہ کو مختصر کرنا :

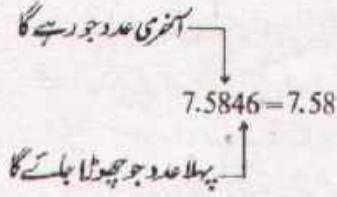
(Rounding of figures)

مثال a : 2.94276 کو تین اعشاریہ مقام تک لکھیں۔

حل : اعشاریہ کے بعد تین اعداد کو رہنے دینا ہے اس لیے بتایا اعداد کو چھوڑ دینا ہے۔ اگر چھوڑنے والا پہلا عدد 5 سے بڑا ہو تو تیسرے عدد یعنی رہنے والے آخری عدد (2) میں 1 بڑھادیں۔

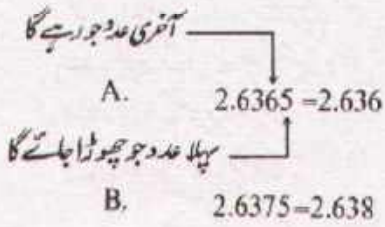
آخری عدد چورس ہے گا۔
2.94276 = 2.943
پہلا عدد چھوڑا جائے گا۔

مسال b : 7.5846 کو سوویں حصے تک لکھیں۔



حل : اعشاریہ کے بعد دو اعداد رہنے دیتے ہیں۔
بقایا اعداد کو چھوڑ دینا ہے۔ اگر چھوڑنے والا
پہلا عدد 5 سے چھوٹا ہو تو رہنے والا آخری عدد
یعنی دوسرا عدد (8) ویسے ہی رہے گا۔

مسال c : 2.6365 اور 2.6375 کو تین اعشاریہ مقام تک لکھیں۔

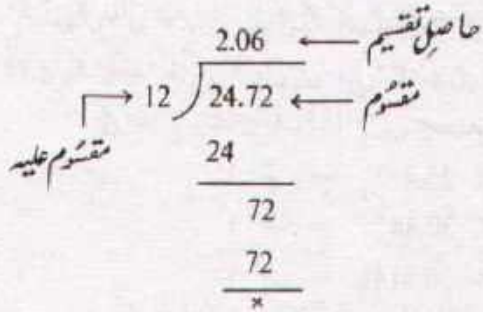


حل : جب چھوڑا جانے والا پہلا عدد 5 ہو،
تو آخری عدد جو رہے گا، اگر چنت ہو،
جیسے A میں تو یہ ویسے ہی رہے گا اور
اگر طاق ہو، جیسے B میں تو اس میں
1 بڑھادیں گے۔

3.8 — کسر اعشاریہ کی تقسیم :

(Division of decimals)

مسال a : 24.72 کو 12 سے تقسیم کریں۔



حل : عام صحیح اعداد کی طرح تقسیم
کریں اور حاصل تقسیم میں
اعشاریہ کا نشان اسی جگہ
آگے گا، جہاں مقسوم میں
اعشاریہ کا نشان ہے۔

مثال b : 0.74 کو 0.873 سے تقسیم کریں اور جواب تین اعشاریہ مقام تک لکھیں۔

$$\begin{array}{r} 0.8476 \\ 0.873 \overline{) 0.7400000} \\ \underline{6984} \\ 4160 \\ \underline{3492} \\ 6680 \\ \underline{6111} \\ 5690 \\ \underline{5238} \\ 452 \end{array}$$

$$\therefore \frac{0.74}{0.873} = 0.848$$

مقسوم علیہ کا اعشاریہ کا نشان دائیں طرف
تین اعداد کے بعد لگا کر صحیح اعداد میں تبدیل
کریں۔ مقسوم کا اعشاریہ کا نشان بھی دائیں
طرف کٹنے ہی اعداد (جتنے مقسوم علیہ میں ہیں)
یعنی تین کے بعد لگا کر صحیح اعداد میں تبدیل
کریں۔ اس صورت میں مقسوم میں نصف زائد لگا
کر تین اعداد کے بعد اعشاریہ کا نشان لگا یا گیا
ہے۔ جیسے مثال a میں تقسیم کا عمل کیا گیا
وہیے ہی اب تقسیم کریں۔
تین اعشاریہ مقام تک۔

3.9 — انچ اکائیوں کو میٹرک اکائیوں میں تبدیل کرنا:

(Conversion of inch into metric system)

تسمیب میں اکثر اوقات ایک نظام کی اکائیوں کو دوسرے نظام کی اکائیوں میں تبدیل کرنے کی ضرورت پڑتی ہے۔
کوئی بھی عمل کرنے سے پہلے یہ ضروری ہے کہ تمام پیمائشیں ایک ہی اکائی میں اور ایک ہی نظام کی اکائی میں ہونی
چاہئیں۔ برطانوی نظام میں لمبائی کی اکائیاں عموماً انچ، فٹ اور گز استعمال ہوتی ہیں۔

$$1 \text{ گز} = 3 \text{ فٹ}$$

$$1 \text{ فٹ} = 12 \text{ انچ}$$

مگر آج کل عالمی نظام میں لمبائی کی اکائیاں ملی میٹر، سنٹی میٹر اور میٹر استعمال ہوتی ہیں۔ اس لیے برطانوی نظام کی
اکائیوں کو میٹرک نظام کی اکائیوں میں تبدیل کرنا ضروری ہے۔

انچ نظام سے میٹرک نظام میں تبدیل کرنے کے لیے جدول:

$$1 \text{ انچ} = 25.4 \text{ ملی میٹر} = 2.54 \text{ سنٹی میٹر}$$

$$1 \text{ فٹ} = 30.48 \text{ سنٹی میٹر}$$

$$1 \text{ گز} = 0.9144 \text{ میٹر}$$

میٹرک نظام سے انچ نظام میں تبدیل کرنے کے لیے جدول:

$$1 \text{ ملی میٹر} = 0.03937 \text{ انچ}$$

$$1 \text{ سنٹی میٹر} = 0.3937 \text{ انچ}$$

$$1 \text{ میٹر} = 3.28 \text{ فٹ} = 1.0936 \text{ گز}$$

مشق 3

1۔ مندرجہ ذیل رقوم کو پڑھیں :-

- | | | |
|------------|---------------|------------|
| (a) 0.3 | (d) 0.049 | (g) 2.763 |
| (b) 0.1001 | (e) 0.0000635 | (h) 1.1002 |
| (c) 0.001 | (f) 5.6632 | (i) 3.0102 |

2۔ مندرجہ ذیل عبارات کو پڑھیں اور اعداد میں لکھتیں :-

- (a) Two hundredths
 (b) Five thousandths
 (c) One hundred twenty-five ten thousandths
 (d) Five and one thousand one ten thousandths
 (e) T and six hundred twenty-Five ten-thousandths

3۔ دی گئی علامات کے مطابق عمل کریں :-

- (a) $1284.008\text{m} + 68.63\text{m}$
 (b) $0.0008\text{ cm} + 2.08\text{ m}$
 (c) $0.732\text{ m} + 4.896\text{ cm} + 0.153\text{ m} + 2.404\text{ cm} + 0.889\text{ m}$
 (d) $100.001\text{ cm} + 24.06\text{ cm} + 85.234\text{ m} + 23.4501\text{ cm}$
 (e) $264\text{ kg} + 0.023\text{ kg} + 0.025\text{ kg} + 200\text{ g} + 0.001\text{ kg} + 206\text{ g}$

(f) 218.007 کلوگرام میں سے 148.35 کلوگرام تفریق کریں -

(g) 5.9203 میٹر میں سے 2.79 میٹر تفریق کریں -

(h) میٹر میں سے میٹر تفریق کریں -

(i) 2.31 کلوگرام میں سے 0.0036 کلوگرام تفریق کریں

(j) میٹر میں سے میٹر تفریق کریں -

(k) $11.52\text{ m} - 75\text{ cm}$

(l) $5.09\text{ m} - 118\text{ cm}$

(m) $128.92\text{ kg} - 759\text{ g}$

(n) $3.1416 \times 2.7 \times 2.8\text{m}$

(o) $0.7854 \times 3.25\text{ m} \times 2.25$

(p) $5280\text{ m} \times 0.875$

(q) $0.0003\text{kg} \times 0.025 \times 1.02$

(r) $231 \times 2.576 \times 0.0001 \times 100\text{ kg}$

0.4058

0.4948

0.992

2.01

(s) سوال نمبر (n) سے (r) تک کے جوابات کو تین اعشاریہ مقام تک لکھیں۔

(t) $124.625 \text{ m} \div 48$

(w) $6.455 \text{ kg} \div 0.08$

(u) $81.63 \text{ m} \div 0.9$

(x) $0.0406 \text{ m} \div 40.08$

(v) $7 \text{ kg} \div 1.728$

(y) $1 \text{ m} \div 2.375$

4 - مندرجہ ذیل اچھے پیمائشوں کو ملی میٹر اور سنٹی میٹر پیمائشوں میں تبدیل کریں۔

(a) $7 \frac{3}{4}''$

(d) $\frac{3}{4}''$

(g) $5 \frac{11}{16}''$

(b) $6 \frac{1}{2}''$

(e) $6 \frac{9}{16}''$

(h) $9 \frac{5}{8}''$

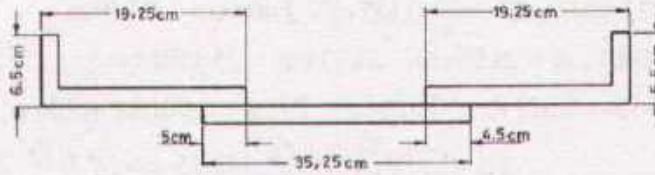
(c) $2 \frac{1}{4}''$

(f) $6 \frac{9}{32}''$

(i) $3 \frac{7}{8}''$

5 - سوالات :

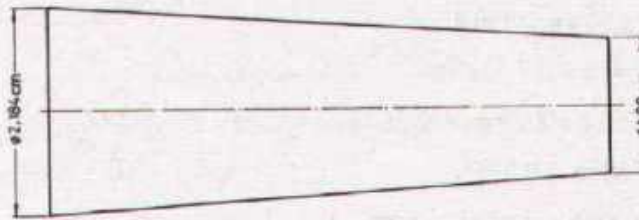
(a) شکل 3.01 میں دکھلائی گئی جبری ہتھی سٹیل کی سلاخ کی کل لمبائی معلوم کریں :-



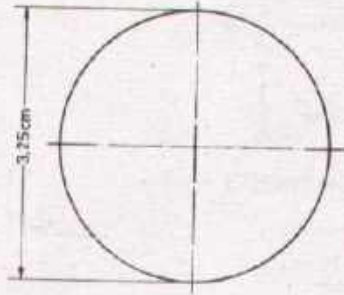
شکل 3.01

(b) ایک پائپ کا اندرونی قطر $1 \frac{1}{8}''$ اور اصل بیرونی قطر $1 \frac{5}{16}''$ ہے۔ پائپ کی موٹائی معلوم کریں۔

(c) شکل 3.02 میں دکھلائے گئے سلامی جاب کے قطروں میں فرق معلوم کریں :-



شکل 3.02

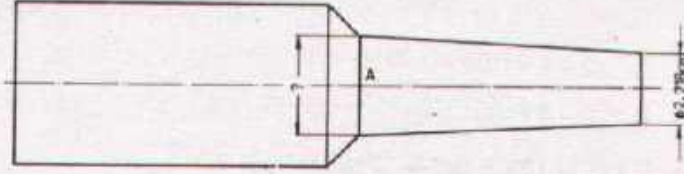


شکل 3.03

(d) دائرے کا محیط معلوم کرنے کے لیے
دائرے کے قطر کو 3.14 سے
ضرب دیتے ہیں۔
شکل 3.03 میں دکھلاتے گئے
دائرے کا محیط معلوم کریں۔
جواب دو اعشاریہ مقام تک لکھیں۔

(e) اگر دائرے کا محیط 7.964 سینٹی میٹر ہو تو دائرے کا قطر معلوم کریں۔ جواب دو
اعشاریہ مقام تک لکھیں۔

(f) شکل 3.04 میں دکھلاتے گئے سلائی ٹینک والے ڈرل کے چھوٹے قطر اور سمت A
پر قطر میں اگر فرق 0.032 سینٹی میٹر ہو تو سمت A پر قطر معلوم کریں۔



شکل 3.04

(g) بیلن نما جابوں کی کمٹائی کے لیے رفتار کمٹائی معلوم کرنے کی خاطر جاب کے محیط کو چیکٹروں
کی تعداد فی منٹ سے ضرب دیتے ہیں۔ جاب کی رفتار کمٹائی معلوم کریں۔ جبکہ محیط 7.964
سینٹی میٹر ہو اور جاب 120 چیکٹری منٹ پر گھوم رہا ہو۔ جواب بیسٹری منٹ میں لکھیں۔

فی صد

(Percentage)

4.1 — فی صد کا مطلب

اصطلاح فی صد اور اس کی علامت % کا مطلب سوواں (hundredths) ہوتا ہے۔
 پس پچاس فی صد، ہندسوں میں % 20 لکھا گیا کا مطلب $\frac{20}{100}$ ہے۔
 کسر اعشاریہ میں یہ 0.2 لکھا جاتا ہے۔
 فی صد نہ صرف کسر عام ہے بلکہ کسر اعشاریہ ہے۔

4.2 — اعداد کو فی صد میں تبدیل کرنا :

(a) — صحیح اعداد :

صحیح اعداد کو فی صد میں تبدیل کرنے کے لیے 100 سے ضرب دے کر فی صد کا نشان
 (%) لکھ دیں۔

- A. $1 = 1 \times 100 = 100\%$
 B. $8 = 8 \times 100 = 800\%$
 C. $125 = 125 \times 100 = 12500\%$

(b) — کسر اعشاریہ :

کسر اعشاریہ کو بھی 100 سے ضرب دے کر فی صد کا نشان لکھ کر فی صد میں تبدیل
 کرتے ہیں۔

- A. $0.325 = 0.325 \times 100 = 32.5\%$
 B. $0.365 = 0.365 \times 100 = 36.5\%$
 C. $5.254 = 5.254 \times 100 = 525.4\%$

(c) — کسر عام :

کسر عام کو فی صد میں تبدیل کرنے کے لیے پہلے کسر عام کو کسر اعشاریہ میں تبدیل
 کریں۔ پھر 100 سے ضرب دے کر فی صد کا نشان لکھ دیں۔

- A. $\frac{3}{4} = 0.75 \times 100 = 75\%$
 B. $\frac{3}{8} = 0.375 \times 100 = 37.5\%$
 C. $5\frac{2}{3} = 5.66 \times 100 = 566\%$

4.3 — فی صد کو کسر اعشاریہ میں تبدیل کرنا :

فی صد سے کسر اعشاریہ میں تبدیل کرنے کے لیے فی صد کا نشان اڑا کر 100 سے تقسیم کر دیتے ہیں۔

مثالیں :

$\frac{1}{2}\%$ ، 6.6% ، 0.003% اور $25\frac{3}{8}\%$ کو کسر اعشاریہ میں تبدیل کریں۔

$$(a) \quad \frac{1}{2}\% = \frac{\frac{1}{2}}{100} = \frac{1}{200} = 0.005$$

$$(b) \quad 6.6\% = \frac{6.6}{100} = 0.066$$

$$(c) \quad 0.003\% = \frac{0.003}{100} = 0.00003$$

$$(d) \quad 25\frac{3}{8}\% = \frac{25.375}{100} = 0.25375$$

مخلوط کسر کی فی صد کو کسر اعشاریہ میں تبدیل کرنے کے لیے جیسے مثال (d) میں ہے، پہلے عام کسر ($\frac{3}{8}$) کو کسر اعشاریہ میں تبدیل کر کے صحیح عدد (25) میں جمع کریں۔ پھر فی صد کا نشان اڑا کر 100 سے تقسیم

4.4 — فی صد کو کسر عام میں تبدیل کرنا :

فی صد کو کسر عام میں تبدیل کرنے کے لیے فی صد کو سوویں (کسر سو) میں لکھ کر کم سے کم رقم میں مختصر کر لیں

مثالیں :

6% ، $7\frac{1}{2}\%$ ، 5.5% اور 225% کو کسر عام میں تبدیل کریں :-

$$(a) \quad 6\% = \frac{6}{100} = \frac{3}{50}$$

$$(b) \quad 7\frac{1}{2}\% = \frac{7.5}{100} = \frac{15}{200} = \frac{3}{40}$$

$$(c) \quad 5.5\% = \frac{5.5}{100} = \frac{55}{1000} = \frac{11}{200}$$

$$(d) \quad 225\% = \frac{225}{100} = 2\frac{25}{100} = 2\frac{1}{4}$$

اگر فی صد 100 سے بڑا ہے جیسے مثال (d) میں، تو جواب مخلوط کسر میں ہوگا۔

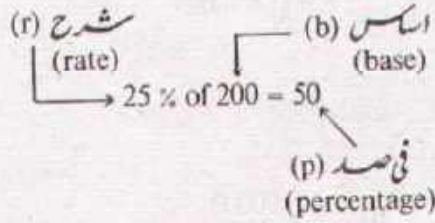
4.5 — شرح، اساس اور فی صد

(Rate, Base and Percentage)

فی صد کے سوالات میں تین اہم جزو ہوتے ہیں۔ یہ اساس (b) یعنی بنیاد، شرح (r) اور فی صد (p) ہوتے ہیں۔

اساس وہ عدد ہوتا ہے جس پر فی صد کا اطلاق کرتے ہیں۔ جو لفظ اس کو بیان کرتا ہے، وہ ”کا“ یعنی ”of“ ہوتا ہے۔

پس



200 اساس ہے۔ شرح فی صد کے متناظر ہوتی ہے۔ اوپر دی گئی مثال میں شرح 25 فی صد ہے۔ شرح کا اساس پر اطلاق ہونے سے تیسرا جزو حاصل ہوتا ہے، جو کہ فی صد کہلاتا ہے۔ یہ ظاہر ہوا کہ فی صد ایک حاصل ضرب ہے۔ اس لیے ”of“ کا نشان ضرب کی نشان دہی کے لیے استعمال کیا گیا ہے۔ لہذا فی صد برابر ہے شرح ضرب اساس۔

4.6 — جب اساس اور شرح معلوم ہو تو فی صد معلوم کرنا: $(p = b \times r)$

فی صد معلوم کرنے کے لیے، شرح کو کسر اعشاریہ یا کسر عام میں لکھ کر اساس سے ضرب دیں۔

مثال:

75 کا 6 فی صد معلوم کریں۔

حل:

شرح $r = 6\%$ فی صد (6%)

$$r = 6\%$$

$$6\% = \frac{6}{100} = 0.06$$

$$b = 75$$

$$p = b \times r$$

$$= 75 \times 0.06$$

$$= 4.5$$

شرح 6 فی صد کو کسر اعشاریہ میں لکھا گیا ہے۔

اساس 75 ہے۔

$$p = b \times r$$

مساوات میں قیمتیں درج کر کے حل

کرنے سے

$$4.5 = \text{فی صد}$$

4.7 — جب اساس اور فی صد معلوم ہو تو شرح معلوم کرنا :

فی صد اور اساس کی نسبت کو شرح کہتے ہیں۔ اس نسبت کو فی صد میں ظاہر کرتے ہیں۔
 مساوات $p = b \times r$ میں، b اور r حاصل ضرب p کے دو جز ہیں، لہذا شرح (r) معلوم کرنے کے لیے فی صد (p) کو اساس (b) سے تقسیم کر دیتے ہیں اور حاصل تقسیم کو فی صد میں لکھتے ہیں۔

$$r = \frac{p}{b}$$

مثال a : 20 کا کتنے فی صد 5 ہوتا ہے ؟

حل :

$$p = 5, b = 20$$

$$r = \frac{p}{b}$$

$$r = \frac{5}{20} = 0.25$$

فی صد میں لکھنے کے لیے :

$$0.25 = \frac{25}{100} \times 100$$

$$= 25\%$$

فی صد (p) 5 ہے۔ اساس (b)

- ہے 20

مساوات $r = \frac{p}{b}$ کے اطلاق

سے اساس "b" معلوم کریں۔

حاصل تقسیم کو فی صد میں لکھیں۔

مثال b : 1 فٹ کا کتنے فی صد $\frac{1}{8}$ ہوتا ہے ؟

حل :

$$p = \frac{1}{8} \text{ in}$$

$$= 0.125 \text{ in}$$

$$b = 1 \text{ ft.} = 12 \text{ in.}$$

$$r = \frac{p}{b}$$

$$= \frac{0.125}{12} = 0.0104$$

$$r = 0.0104$$

$$= \frac{104}{10000} \times 100 = 1.04\%$$

فی صد (p) $\frac{1}{8}$ انچ ہے اور اس کو

کسیر اعشاریہ میں لکھیں۔

اساس (b) 1 فٹ ہے۔ اس کو انچوں

میں لکھیں۔

مساوات میں معلوم قیمتیں درج کرنے

سے r معلوم کر سکتے ہیں۔

حاصل تقسیم کو فی صد میں لکھیں۔

4.8 — جب فی صد اور شرح معلوم ہو تو اساس معلوم کرنا :

جیسا کہ پہلے بیان کر چکے ہیں کہ شرح (r) اور اساس (b) ، فی صد (p) کے دو ججز ہیں۔ پس کسی بھی ججز کو فی صد (p) پر تقسیم کر کے دوسرا ججز معلوم کر سکتے ہیں۔

$$\therefore b = \frac{p}{r}$$

مثال a : 75 کون سے عدد کا 50 فی صد ہے۔

حل :

$$p = 75$$

$$r = 50\%$$

$$r = \frac{50}{100} = 0.5$$

$$b = \frac{p}{r}$$

$$= \frac{75}{0.5}$$

$$= 150$$

فی صد (p) 75 ہے۔

شرح (r) 50 فی صد ہے اور کسیر

اعشاریہ میں لکھنے سے 0.5

مساوات $b = \frac{p}{r}$ کے اطلاق

سے b معلوم کریں۔

مثال b : کون سے عدد کا 50 فی صد زائد 150 ہوتا ہے ؟

حل :

$$p = 150$$

$$r = 100\% + 50\%$$

$$= 150\%$$

کسیر اعشاریہ میں لکھنے سے

$$150\% = \frac{150}{100} = 1.5$$

$$b = \frac{p}{r} = \frac{150}{1.5}$$

$$= 100$$

فی صد (p) 150 ہے۔

اساس کے عدد سے 50 فی صد

زائد شرح (r) ہے۔

اس لیے یہ اساس کے عدد کا

150 فی صد ہے۔

مشق 4

1 جدول نمبر 1 اور جدول نمبر 2 میں نامعلوم قیمتیں لکھیں :-

جدول نمبر 1			جدول نمبر 2			
	فی صد	کسر اعشاریہ	کسر عام صحیح اعداد یا مخلوط کسر		فی صد	کسر عام صحیح اعداد یا مخلوط کسر
(a)	20 %	_____	_____	(a)	_____	$9\frac{1}{2}$
(b)	_____	0.50	_____	(b)	_____	$\frac{2}{3}$
(c)	_____	_____	$\frac{7}{8}$	(c)	_____	1.75
(d)	_____	1.50	_____	(d)	_____	5.05
(e)	6 %	_____	_____	(e)	$4\frac{1}{4}\%$	_____
(f)	$1\frac{3}{8}\%$	_____	_____	(f)	200 %	_____
(g)	120 %	_____	_____	(g)	_____	$\frac{1}{4}$
(h)	_____	0.05	_____	(h)	_____	$\frac{15}{3}$
(i)	_____	_____	$1\frac{1}{2}$	(i)	_____	0.02
(j)	_____	_____	$\frac{1}{10}$	(j)	_____	0.33
(k)	_____	1.0	_____	(k)	_____	$\frac{4}{9}$
(l)	_____	0.38	_____	(l)	_____	$\frac{1}{10}$
(m)	0.2 %	_____	_____	(m)	_____	$\frac{1}{7}$
(n)	$1\frac{2}{3}\%$	_____	_____	(n)	_____	0.01
(o)	0.6 %	_____	_____	(o)	$\frac{1}{6}\%$	_____
(p)	_____	0.0125	_____	(p)	30.2 %	_____
(q)	_____	0.52	_____	(q)	_____	0.38

2 - مندرجہ ذیل سوالات میں دیے گئے اساس اور شرح سے فی صد معلوم کریں :-

- | | |
|---------------------|----------------------------------|
| (a) 48 کا 12 فی صد | (f) 786 کا $12\frac{1}{2}$ فی صد |
| (b) 37 کا 55 فی صد | (g) 240 کا $83\frac{1}{3}$ فی صد |
| (c) 125 کا 21 فی صد | (h) 420 کا $\frac{3}{7}$ فی صد |
| (d) 100 کا 28 فی صد | (i) 96 کا $2\frac{1}{8}$ فی صد |
| (e) 28 کا 95 فی صد | (j) 832 کا 3.08 فی صد |

3 - شرح معلوم کریں :-

- | | |
|---------------------------------|---|
| (a) 100 کا _____ فی صد 20 ہے - | (f) 9.8 کا کتنے فی صد 4.6 ہوتا ہے ؟ |
| (b) 33 کا _____ فی صد 3 ہے - | (g) $5\frac{1}{2}$ کا کتنے فی صد $3\frac{1}{4}$ ہوتا ہے ؟ |
| (c) 70 کا _____ فی صد 56 ہے - | (h) 7.2 کا کتنے فی صد 18.5 ہوتا ہے ؟ |
| (d) 65 کا _____ فی صد 21 ہے - | (i) 3.6 کا _____ فی صد 2.8 ہے - |
| (e) 200 کا _____ فی صد 100 ہے - | (j) 6 کا _____ فی صد 4.5 ہے - |

4 - اساس معلوم کریں :-

- | | |
|--|---|
| (a) _____ کا 33 فی صد = 8 | (f) 48 کونسے عدد سے 20 فی صد کم ہے ؟ |
| (b) _____ کا 150 فی صد = 30 | (g) 30 کونسے عدد سے $16\frac{2}{3}$ فی صد زیادہ ہے؟ |
| (c) 35 = _____ کا 25 فی صد | (h) _____ کا 65 فی صد 22.4 ہے - |
| (d) 10 = _____ کا $2\frac{1}{2}$ فی صد | (i) 25 کونسے عدد سے 20 فی صد کم ہے ؟ |
| (e) _____ کا 25 فی صد = 25 | (j) 120 کونسے عدد سے 20 فی صد زیادہ ہے ؟ |

5 - کسی مشین کی فی صد میں کارکردگی (efficiency) مشین سے حاصل کردہ طاقت کو دی گئی طاقت سے تقسیم کرنے کے بعد حاصل تقسیم کو 100 سے ضرب دے کر معلوم کرتے ہیں۔

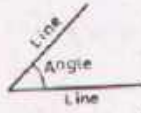
- | |
|---|
| (a) دی گئی طاقت 5 کلوواٹ، حاصل کردہ طاقت 4.85 کلوواٹ، کارکردگی فیصد میں معلوم کریں۔ |
| (b) حاصل کردہ طاقت $21\frac{1}{2}$ کلوواٹ، دی گئی طاقت 22 کلوواٹ، کارکردگی فیصد میں معلوم کریں۔ |
| (c) حاصل کردہ طاقت 25 کلوواٹ، کارکردگی 75 فی صد، دی گئی طاقت معلوم کریں۔ |
| (d) دی گئی طاقت $7\frac{1}{2}$ کلوواٹ، حاصل کردہ طاقت 7.35، کارکردگی فیصد میں معلوم کریں۔ |
| (e) دی گئی طاقت 50 کلوواٹ، کارکردگی 90 فی صد، حاصل کردہ طاقت معلوم کریں۔ |

- 6 - اگر کسی مشین کی کارکردگی 90 فی صد اور حاصل کردہ طاقت 8 کلو واٹ ہو تو مشین کو دی گئی طاقت کتنی ہوگی؟
- 7 - 95 کلو گرام ٹانکا (solder) بنانے کے لیے، $11\frac{1}{2}$ کلو گرام سکتہ اور $83\frac{1}{2}$ کلو گرام قلعی (tin) استعمال کی گئی ہے۔ دونوں دھاتیں کتنے فی صد استعمال کی گئیں؟
- 8 - ایلمینیم لوسے سے 70 فی صد ہلکا ہے۔
اگر ایلمینیم کی ایک کمیٹی کا وزن 0.33 کلو گرام ہو تو اسی جسامت کی لوسے کی ویسی ہی کمیٹی کا کتنا وزن ہوگا؟
- 9 - موٹر جس کو 8 کلو واٹ طاقت دی جاتی ہے، 6.7 کلو واٹ تک کام کرتی ہے۔ حاصل کردہ طاقت دی گئی طاقت کے کتنے فی صد ہے؟
- 10 - ایک کلو میٹر کا کتنے فی صد 120 میٹر ہوتے ہیں؟
- 11 - ایک دن میں بنے ہوئے 2715 کابلوں میں سے معیار جانچنے والوں نے 107 کابلے ردی کر دیے۔ کل کابلوں کا کتنے فی صد ردی کیا گیا؟
- 12 - عام پیلیٹیل کے بھرت کو تیار کرنے کے لیے مندرجہ ذیل عناصر استعمال کیے گئے ہیں :-
170.5 کلو گرام، سکتہ 7.7 کلو گرام، قلعی 0.55 کلو گرام، جہت 96.25 کلو گرام۔
ہر دھات کل بھرت کا کتنے فی صد ظاہر کرتی ہے؟
- 13 - رفتار کم کرنے والے گرائیوں کے نظام میں 4 فی صد طاقت رگڑ وغیرہ میں ضائع ہو گئی ہے۔ اگر ضائع شدہ طاقت $2\frac{1}{2}$ کلو واٹ ہو، تو کتنی طاقت دی گئی ہے؟
- 14 - 81 فی صد کارکردگی والی مشین میں 1.43 کلو واٹ طاقت ضائع ہوتی ہے۔ کسٹم پر کیا طاقت ہوگی؟
- 15 - بلیٹ ڈرائیو میں پیمپلن (slip) ہوتی ہے۔
جب پیمپلن نہ ہو تو چلانے والی پٹی 350 چیکر فی منٹ پر گھومتی ہے اور چلنے والی پٹی 250 چیکر فی منٹ پر۔ اگر پیمپلن 1 فی صد ہو تو :-
A - چلنے والی پٹی کی کیا رفتار ہوگی؟
B - کتنے چیکر فی منٹ کم ہو جائیں گے؟

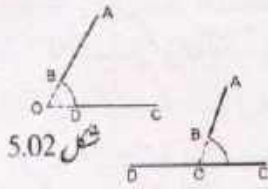
تخصیب زاویہ

5.1— زاویہ اور اُس کی اکائیاں: (angle and its units)

جب دو خطوط ایک نقطے پر ملیں یا ایک نقطے پر کاٹیں تو زاویہ بنتا ہے۔ (شکل 5.01)



شکل 5.01



شکل 5.02

شکل 5.03

جب دو خطوط AB اور CD کو بڑھایا جائے کہ یہ نقطہ O پر ملیں، تو زاویہ AOC نقطہ O پر بنتا ہے۔ (شکل 5.02 اور 5.03)

جب دو خطوط AB اور CD ایک دوسرے کو نقطہ O پر کاٹیں، تو چار زاویے بنتے ہیں، جیسے :-

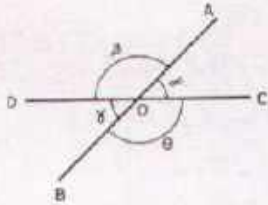
α (ایلیفا) زاویہ AOC

β (بیٹا) زاویہ AOD

γ (گاما) زاویہ DOB

θ (تھیٹا) زاویہ BOC

اوپر دیے گئے زاویوں کے نام نام ہیں (شکل 5.04)۔

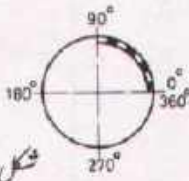


شکل 5.04

جب ایک دائرہ کھینچا جائے، تو وہ نقطہ جو دائرہ کے آگے مکمل زاویہ (full angle) طے کرتا ہے۔ دوسرے لفظوں میں دائرہ کے محیط کو مکمل زاویہ کہتے ہیں۔ (شکل 5.05)



شکل 5.05

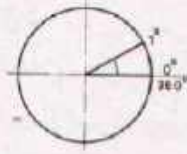


شکل 5.06

دائرے کا محیط 360 برابر حصوں میں تقسیم کیا جاتا ہے۔ ہر حصہ ایک درجہ یعنی 1 ڈگری (1°) کہلاتا ہے۔ جب دائرے کو چار برابر حصوں میں تقسیم کیا جائے یعنی ربعوں (Quadrants) میں، تو ہر حصہ 90° پر مشتمل ہوتا ہے۔ پہلا ربع $0^\circ - 90^\circ$ تک دوسرا

رُبع $90^\circ - 180^\circ$ تک، تیسرا رُبع $180^\circ - 270^\circ$ تک اور چوتھا رُبع $270^\circ - 360^\circ$ تک۔ (شکل 5.06)

زاویوں کی قیمتیں ہمیشہ درجوں، منٹوں اور سیکنڈوں میں دی جاتی ہیں، جو زاویہ ناپنے کی اکائیاں ہوتی ہیں۔



شکل 5.07

$$1 \text{ درجہ } (1^\circ) = \frac{\text{محیط}}{360} \text{ (شکل 5.07)}$$

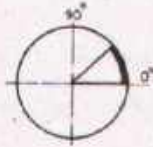
ایک درجے کو منٹوں اور سیکنڈوں میں حسبِ ذیل تقسیم کیا جاتا ہے۔

$$1^\circ = 60 \text{ منٹ } (60)$$

$$1' = 60 \text{ سیکنڈ } (60)$$

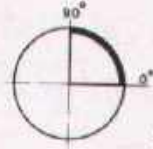
5.2 — زاویوں کی اقسام : (types of angles)

(a) وہ زاویہ جو 1° سے بڑا، لیکن 90° سے چھوٹا ہو،
زاویہ حادہ (acute angle) کہلاتا ہے۔
(شکل 5.08)



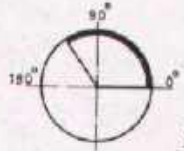
شکل 5.08

(b) وہ زاویہ جو 90° کا ہو۔ زاویہ قائمہ کہلاتا ہے۔
(شکل 5.09)



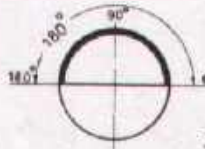
شکل 5.09

(c) وہ زاویہ جو 90° سے بڑا، لیکن 180° سے چھوٹا ہو،
زاویہ منفرجہ (obtuse angle) کہلاتا ہے۔
(شکل 5.10)



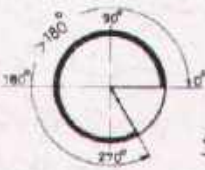
شکل 5.10

(d) وہ زاویہ جو 180° کا ہو، سیدھا زاویہ (straight angle) کہلاتا ہے۔
(شکل 5.11)



شکل 5.11

(e) وہ زاویہ جو 180° سے بڑا، لیکن 360° سے چھوٹا ہو،
زاویہ معکوس (reflex angle) کہلاتا ہے۔
(شکل 5.12)



شکل 5.12

(f) وہ زاویہ جو 360° کا ہو، مکمل زاویہ (full angle) کہلاتا ہے۔
(شکل 5.13)



شکل 5.13

5.3 — زاویے کی قیمتوں کا حساب کرنا:

جمع:

پہلے رقم کو ترتیب سے لکھیں۔ یعنی درجوں کے نیچے درجے، منٹوں کے نیچے منٹ اور سیکنڈوں کے نیچے سیکنڈ۔
زاویے کی چھوٹی سے چھوٹی اکائی سے اس طرح جمع کرنا شروع کریں جس طرح صحیح اعداد کی جمع کرتے ہیں۔

مسئله:

54° 55' اور 24° 47' کو جمع کریں تو حاصل جمع 79° 42' ہوتا ہے۔ (شکل 5.14)

جب دونوں رقم کو صحیح اعداد کی جمع کی طرح جمع کیا گیا تو حاصل جمع 78° 102' آتا ہے۔



شکل 5.14

$$\begin{array}{r} 54^{\circ} 55' \\ + 24^{\circ} 47' \\ \hline 78^{\circ} 102' \end{array}$$

چونکہ 60 منٹ ایک درجے کے برابر ہوتے ہیں، اس لیے 102' میں سے ممکن درجے بنا کر 78° درجوں میں جمع کیے جانے چاہئیں۔

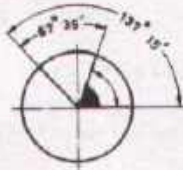
$$\begin{array}{r} 102' = 1^{\circ} 42' \\ \therefore 78^{\circ} + 1^{\circ} 42' \\ = 79^{\circ} 42' \end{array}$$

پس 102' برابر ہیں 1° اور 42' کے۔ اس لیے 78° کو 1° 42' میں جمع کریں تو جواب 79° 42' آتا ہے۔

تفریق:

رقم کو ترتیب سے اسی طرح لکھیں جس طرح جمع کے عمل میں لکھا گیا ہے اور پھر صحیح اعداد کی تفریق کی طرح تفریق کریں۔

مسئله:



شکل 5.15

$$\begin{array}{r} 137^{\circ} 15' - 67^{\circ} 35' \\ \therefore 1^{\circ} = 60' \\ \therefore 1^{\circ} + 15' - 60' + 15' - 75' \\ 136^{\circ} 75' \\ - 67^{\circ} 35' \\ \hline 69^{\circ} 40' \end{array}$$

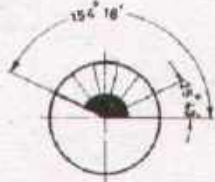
137° 15' میں سے 67° 35' تفریق کرنے سے جواب 69° 40' آتا ہے۔ (شکل 5.15)

یہ دیکھا گیا ہے کہ تفریق کرنے والی رستم کی مجزوی رستم (15) تفریق ہونے والی رستم کی مجزوی رقم (35) سے چھوٹی ہے۔ اس لیے 137° میں سے 1° کو منٹوں میں تبدیل کر کے مجزوی رقم (15) میں جمع کر دیں گے۔ اس طرح تفریق کرنے والی مجزوی رقم 75' بن جاتی ہے۔

اب 67° 35' کو 136° 75' میں سے تفریق کیا جاسکتا ہے۔

ضرب :

زاویے کی چھوٹی سے چھوٹی اکانی سے بڑی اکانیوں کی طرف ضرب دی جاتی ہے۔



شکل 5.16

$$43' \times 6 = 258'$$

$$258' = 4^{\circ} 18'$$

$$25^{\circ} \times 6 = 150^{\circ}$$

$$150^{\circ} + 4^{\circ} 18' = 154^{\circ} 18'$$

مثال :

25° 43' کو 6 سے ضرب دینے سے جواب

154° 18' آتا ہے۔ (شکل 5.16)

پہلے 43' کو 6 سے ضرب دینے سے 258'

حاصل ہوتے ہیں۔ 258' میں سے ممکنہ درجے بنائیں (جو 4° اور 18' ہوتے ہیں)۔

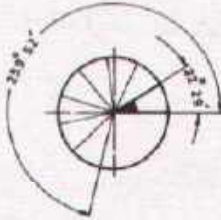
پھر 25° کو 6 سے ضرب دینے سے 150° حاصل

ہوتے ہیں۔ 150° میں 4° 18' جمع کرنے سے

جواب 154° 18' آتا ہے۔

تقسیم :

بڑی سے بڑی اکانی سے چھوٹی اکانیوں کی طرف تقسیم کی جاتی ہے۔



شکل 5.17

$$25^{\circ} 52' \div 8 = 32^{\circ} 29'$$

$$258^{\circ} \div 8 = 32^{\circ} + 3^{\circ}$$

$$3^{\circ} = 180'$$

$$52' + 180' = 232'$$

$$232' \div 8 = 29'$$

جزوی حاصل تقسیم 29' اور باقی صفر

$$\therefore 32^{\circ} + 29'$$

$$= 32^{\circ} 29'$$

مثال :

25° 52' کو 8 سے تقسیم کرنے سے

جواب 32° 29' آتا ہے۔ (شکل 5.17)

پہلے 25° کو 8 سے تقسیم کریں۔ حاصل

تقسیم 32° اور باقی 3° آتا ہے۔

3° کو منٹوں میں تبدیل کریں اور ان منٹوں

کو جزوی مقسوم 52' میں جمع کریں، تو شکل

232' بن جاتے ہیں۔

232' کو 8 سے تقسیم کریں تو جزوی حاصل

تقسیم 29' آتا ہے۔

حاصل تقسیم کو اکٹھا لکھیں تو جواب

32° 29' آتا ہے۔

5.4 - زاویے کی قیمت کو اعشاریہ میں لکھنا :

زاویوں کی قیمتوں کو اعشاریہ درجوں کی صورت میں بھی مندرجہ ذیل طریقے سے لکھ سکتے ہیں :-

مثالیں :

(a) $48^{\circ} 31'$ کو اعشاریہ درجوں میں تبدیل کریں :-

حل :

$$48^{\circ} 31' = 48 \frac{31}{60}^{\circ} \quad (1^{\circ} = 60')$$

(کسر عام $\frac{31}{60}$ کو کسر اعشاریہ میں تبدیل کرنے سے)

$$48^{\circ} 31' = 48.517^{\circ} \quad (\text{بین مقام اعشاریہ تک درست})$$

(b) $25^{\circ} 25' 35''$ کو اعشاریہ درجوں میں تبدیل کریں :-

حل :

$$25^{\circ} 25' 35'' = 25 \times 60 + 35 = 1535''$$

$$25^{\circ} 25' 35'' = 25 \frac{1535}{3600} \text{ degrees} \quad (1^{\circ} = 60' \times 60 = 3600'')$$

$$= 25.427^{\circ} \quad (\text{کسر عام } \frac{1535}{3600} \text{ کو کسر اعشاریہ میں تبدیل کرتے سے})$$

مشق 5

1 - $29^{\circ} 11' + 39^{\circ} 51'$

2 - $55^{\circ} 36' + 12^{\circ} 35'$

3 - $45^{\circ} 0' 13'' + 23^{\circ} 47' 55''$

4 - $49^{\circ} 51' 39'' - 35^{\circ} 45' 35''$

5 - $129^{\circ} 33' 55'' - 121^{\circ} 39' 57''$

6 - $80^{\circ} - 71^{\circ} 13' 55''$

7 - $145^{\circ} 31' 33'' - 139^{\circ} 38' 57''$

8 - $12^{\circ} 15' \times 5$

9 - $45^{\circ} 20' 10'' \times 4$

10 - $25^{\circ} 30' 25'' \times 7$

11 - ایک دائرے کو آٹھ برابر حصوں میں تقسیم کریں اور ہر حصے کی قیمت لکھیں -

12 - تین چوتھائی دائرے کو پانچ برابر حصوں میں تقسیم کریں اور ہر حصے کی قیمت لکھیں -

13 - $346^{\circ} 2'$ کو سات برابر حصوں میں تقسیم کریں اور ہر حصے کی قیمت لکھیں -

14 - مندرجہ ذیل زاویوں کو کسر اعشاریہ میں تبدیل کریں -

(a) $34^{\circ} 45'$ (b) $45^{\circ} 36' 56''$ (c) $58^{\circ} 57' 19''$

ٹالرنس (Tolerance)

6.1 — پیماؤں میں ٹالرنس اس لیے دی جاتی ہے تاکہ پوزے بنانے کے دوران درستگی کی حدود مقرر ہو سکیں۔

مثال کے طور پر ایک شافٹ درستگی کی حدود (accuracy limits) ± 0.05 ملی میٹر کے اندر 10 ملی میٹر قطر تک فراہمی مقصود ہے۔ اس سے ظاہر ہے کہ شافٹ کا بنیادی سائز (nominal size) 10 ملی میٹر قطر ہے اور درستگی حدود زیادہ سے زیادہ سائز (maximum size) اور کم سے کم سائز (minimum size) میں مقرر کی گئی ہیں۔ (شکل 6.01)



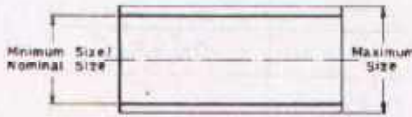
شکل 6.01

زیادہ سے زیادہ سائز میں سے کم سے کم سائز کو تفریح کر کے ٹالرنس معلوم کی جاتی ہے۔
ٹالرنس = زیادہ سے زیادہ سائز - کم سے کم سائز

6.2 — دو طرفہ اور یک طرفہ نظام:

(Bilateral & unilateral system)

جب درستگی کی حدود بنیادی سائز کے دونوں طرف مقرر کی گئی ہوں تو اس طرح حدود مقرر کرنے کے نظام کو دو طرفہ نظام کہتے ہیں، جیسا کہ اوپر شکل 6.01 میں دکھلایا گیا ہے۔ جب درستگی کی حدود بنیادی سائز کے ایک ہی طرف مقرر کی گئی ہوں یعنی بنیادی سائز کے اوپر کی طرف یا نیچے کی طرف (فٹ کی نوعیت کے مطابق) مقرر کی گئی ہوں تو حدود مقرر کرنے کے ایسے نظام کو یک طرفہ نظام کہتے ہیں۔ جیسے شکل 6.02 اور 6.03 میں دکھلایا گیا ہے۔ شکل 6.02 میں دکھلانی شافٹ کے لیے بنیادی سائز = 10 ملی میٹر قطر



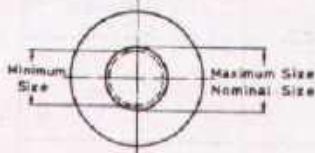
شکل 6.02

درستگی کی حد = $+0.05$ ملی میٹر
کم سے کم سائز = 10 ملی میٹر قطر
زیادہ سے زیادہ سائز = 10.05 ملی میٹر قطر

ٹالرنس = زیادہ سے زیادہ سائز - کم سے کم سائز

$$\text{Tolerance} = 10.05 - 10 = 0.05 \text{ m m}$$

شکل 6.03 میں دکھلائے گئے سوراخ کے لیے



شکل 6.03

بنیادی سائز = 10 ملی میٹر قطر
درستگی کی حد = -0.05 ملی میٹر
کم سے کم سائز = 9.95 ملی میٹر قطر
زیادہ سے زیادہ سائز = 10 ملی میٹر قطر

$$\text{Tolerance} = 10 - 9.95 = 0.05 \text{ m m}$$

6.3 — اصل سائز : (actual size)

جب کے ختمی سائز کو اصل سائز کہتے ہیں۔

مثال کے طور پر شکل 6.01 میں شافٹ وہی لگیں درستگی کی حدود ± 0.05 ملی میٹر کے اندر اندر خرا دانا ہے۔ اس صورت میں زیادہ سے زیادہ سائز 10.05 ملی میٹر قطر اور کم سے کم سائز 9.98 ملی میٹر قطر ہے، لیکن بنا کے بعد شافٹ کا قطر 9.98 ملی میٹر ناپا گیا ہے۔



زیادہ سے زیادہ اور کم سے کم حدود کے درمیان ہے، اس لیے شافٹ کا اصل سائز 9.98 ملی میٹر قطر ہو آ

(شکل 6.04)

شکل 6.04

مشق 6

1۔ مندرجہ ذیل جدول میں نامعلوم قیمتیں لکھیں :-

نظام	کم سے کم سائز	زیادہ سے زیادہ سائز	درستگی حدود	بنیادی سائز
دوطرفہ نظام (bilateral)			± 0.1	20
ایک طرفہ نظام (unilateral)	34.8			35
		18.05	± 0.05	
	16.00		+ 0.2	
			± 0.1	40
		10.1		
ایک طرفہ نظام			± 0.05	18
	39.95		+ 0.1 - 0.05	
		55.1	+ 0.1	55

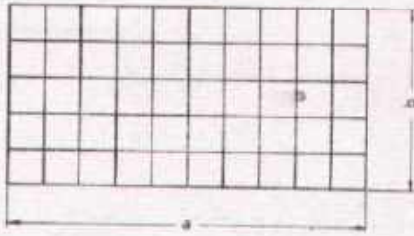
2۔ مندرجہ ذیل جدول میں دیے گئے اصل سائزوں میں سے کون سے سائز درستگی حدود کے اندر ہیں؟

درستگی کی حدود کے اندر ہاں نہیں	ڈرائنگ میں دی ہوئی پیمائشیں	اصل سائز
	20 ± 0.2	19.98
	$5 - 0.01$	5.01
	45 ± 0.3	45.02
	$30 + 0.2$ $- 0.1$	29.98
	$64 + 0.2$	64.00

سطحی رقبہ (Surface area)

(انفرادی اشکال)

انجینئرنگ کی مختلف اشکال کا رقبہ معلوم کرنے کے فن ارتھ کے حساب اور ڈرائنگ دونوں طریقوں سے حاصل کر سکتے ہیں۔



شکل 7.01

رقبہ = 50 مربع خانے

اگر ہم مربع خانوں والے کاغذ پر مستطیل بنائیں (شکل 7.01) تو اس میں گھرے ہوئے مربع خانوں کی تعداد مستطیل کا رقبہ ظاہر کرے گی۔

جب ہم ان گھرے ہوئے مربع خانوں کی گنتی کریں گے، تو یہ معلوم ہوگا کہ مستطیل کا رقبہ اس کے دو اضلاع کی حاصل ضرب کے برابر ہوتا ہے۔ اس سے مستطیل کا رقبہ معلوم کرنے کا فارمولا حاصل ہوا۔

$$\text{رقبہ (مستطیل)} = \text{ضلع } a \times \text{ضلع } b$$

7.1۔ رقبے کی اکائیاں :

رقبہ ناپنے کی میٹرک نظام میں اکائیاں، مربع ملی میٹر، مربع سنٹی میٹر اور مربع میٹر بین الاقوامی لیبائی ناپنے کی اکائیوں، ملی میٹر، سنٹی میٹر اور میٹر سے حاصل کی گئی ہیں۔

میٹرک نظام میں رقبہ ناپنے کی مندرجہ ذیل اکائیاں ہیں :-

$m^2 =$	مربع میٹر	$1 m^2 = 10000 cm^2$
$cm^2 =$	مربع سنٹی میٹر	$1 cm^2 = 100 m^2$
$mm^2 =$	مربع ملی میٹر	$1 mm^2 = 0.01 cm^2$

نوٹ : رقبہ ناپنے کی برطانوی نظام کی اکائیاں، مربع انچ، مربع فٹ، مربع گز وغیرہ جو پہلے استعمال ہوتی تھیں، اب ان کی جگہ میٹرک نظام کی اکائیاں استعمال ہوتی ہیں۔

$$1 \text{ مربع انچ} = 6.452 \text{ مربع سنٹی میٹر}$$

7.2 — قوت : (power)

جب کوئی عدد کسی قوت سے بڑھایا جاتے تو اس کا مطلب یہ ہوتا ہے کہ یہ عدد اپنے ہی ساتھ اتنی ہی دفعہ ضرب کھائے گا، جس قوت کے عدد سے بڑھایا جاتا ہے۔

چار کی قوت دو پڑھتے ہیں یا چار کا مربع۔ 4×4

اس کو اس طرح بھی لکھا جاتا ہے 4^2

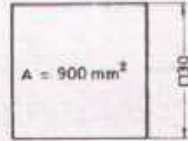
چار کی قوت تین پڑھتے ہیں یا چار کا مکعب۔ $4 \times 4 \times 4$

اس کو اس طرح بھی لکھا جاتا ہے 4^3

چار کی قوت چار پڑھتے ہیں۔ $4 \times 4 \times 4 \times 4$

اس کو اس طرح بھی لکھا جاتا ہے 4^4

نوٹ : وہ عدد جو کسی عدد کی قوت کو ظاہر کرے، یعنی جس قوت سے عدد کو بڑھایا جاتا ہو، قوت نمبر (index) کہلاتا ہے۔ مثال کے طور پر 4^3 میں قوت نمبر 3 ہے۔
یہ مسئلہ ڈرائنگ کی مدد سے بھی بیان کیا جاسکتا ہے۔
جب ایک عدد کی قوت دو کو ڈرائنگ سے ظاہر کریں تو اصل میں ایک طرف کا مربع اٹھائے ہوئے مربع کی ڈرائنگ کرتے ہیں۔



شکل 7.02

شکل 7.02 میں

رقبہ (A) = ایک ضلع کی قوت دو

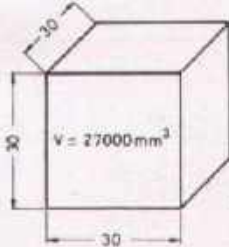
یا $A =$ ایک ضلع کا مربع

یعنی: $A = S^2 = (30 \text{ mm})^2$

$$= 30 \text{ mm} \times 30 \text{ mm}$$

$$= 900 \text{ mm}^2$$

اگر ہم ایک ضلع کو قوت تین سے بڑھائیں تو ہم اصل میں ایک مکعب کا حجم (V) معلوم کریں گے۔ (شکل 7.03)



شکل 7.03

حجم (V) = ایک ضلع کی قوت تین

یا $V =$ ایک ضلع کا مکعب

یعنی: $V = S^3 = (30 \text{ mm})^3$

$$= 30 \text{ mm} \times 30 \text{ mm} \times 30 \text{ mm}$$

$$= 27000 \text{ mm}^3$$

جب کسی لمبائی کو کسی قوت سے بڑھا رہے ہوں، (مثال کے طور پر مربع کا ایک ضلع) تو عدد اور اس کی اکائیاں دونوں بڑھیں گی۔ عدد کا ضرب دے کر حساب کر لیتے ہیں، جبکہ اکائیاں قوت نما کے ساتھ رہتی ہیں۔

7.3 — سطحی رقبہ معلوم کرنے کے فارمولے:

تعمیر میں استعمال کیے گئے محقق:

قطر - D, d
سطحی رقبہ = A

اضلاع کی لمبائی - c, b, a
عمودی اونچائی = h

مستطیل (Rectangle)

مربع (Square)

مستطیل کے چار اضلاع متساویہ زاویہ پر ہوتے ہیں اور متقابل کے اضلاع باہم متوازی اور برابر ہوتے ہیں۔ (شکل 7.05)

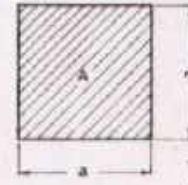
مربع کے چاروں اضلاع زاویہ قائمہ بناتے ہیں۔ (شکل 7.04)



شکل 7.05

$$A = a \times b = a \times h$$

فارمولا



شکل 7.04

$$A = a \times a$$

فارمولا

متوازی الاضلاع (Parallelogram)

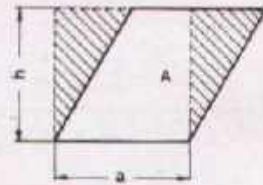
متوازی الاضلاع کے چار اضلاع ہوتے ہیں۔ اس میں کوئی بھی زاویہ قائمہ نہیں ہوتا اور متقابل کے اضلاع متوازی اور برابر ہوتے ہیں (شکل 7.06)۔ مربعین (Rhombus) میں تمام اضلاع برابر ہوتے ہیں۔ (شکل 7.07)



شکل 7.06

فارمولا

$$A = a \times h$$

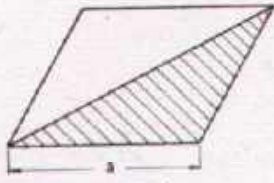


شکل 7.07

نوٹ: چونکہ متوازی الاضلاع کی سطح مستطیل کی سطح کے برابر ہوتی ہے، اس لیے اس کا رقبہ بھی ویسے ہی نکالا جاتا ہے۔

تکون (Triangle)

تکون تین اضلاع پر منحصر ہوتی ہے۔ یہ مربع، مستطیل اور متوازی الاضلاع اشکال میں سے بھی بن سکتی ہے۔ (شکل 7.08، 7.09 اور 7.10)



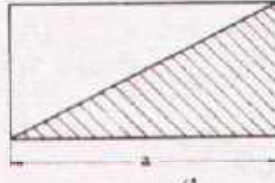
شکل 7.10

$$A = a \times h$$

(متوازی الاضلاع)

$$A = \frac{a \times h}{2}$$

(تکون)



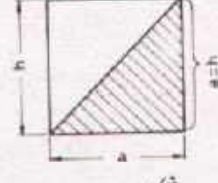
شکل 7.09

$$A = a \times h$$

(مستطیل)

$$A = \frac{a \times h}{2}$$

(تکون)



شکل 7.08

$$A = a \times h$$

(مربع)

$$A = \frac{a \times h}{2}$$

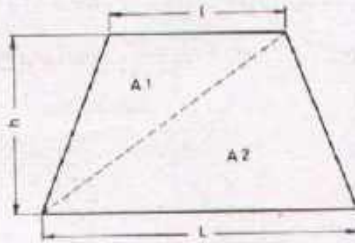
(تکون)

فارمولا

$$A = \frac{a \times h}{2}$$

ذوونقہ (Trapezium)

ذوونقہ کے چار اضلاع ہوتے ہیں، جن میں صرف دو اضلاع متوازی ہوتے ہیں۔ (شکل 7.11) ذوونقہ کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے اس کو دو تکونوں میں تقسیم کرتے ہیں اور ہر تکون کا رقبہ معلوم کرنے کے بعد دونوں رقبوں کو جمع کر لیتے ہیں۔



شکل 7.11

$$A_1 = \frac{l \times h}{2} \quad A_2 = \frac{L \times h}{2}$$

$$A = \frac{l \times h}{2} + \frac{L \times h}{2}$$

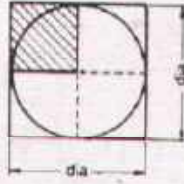
فارمولا

$$A = \frac{L + l}{2} \times h$$

دائرہ (circle) :

دائرہ ایک ایسی مسلسل جھکی ہوتی لائن کو کہتے ہیں، جس پر ہر نقطہ مرکز سے برابر فاصلے (radius) پر واقع ہو۔ (شکل 7.12)

ڈرائنگ کی رُو سے دائرے کا رقبہ معلوم کرنے کا فارمولہ درستگی کی ایک خاص حد تک حاصل ہو سکتا ہے۔



شکل 7.12

$$A = d \times d$$

(بڑا مربع)

$$A = \frac{d \times d}{4}$$

(چھوٹا مربع)

$$A = 3.14 \times A$$

(دائرہ)

$$= 3.14 \times \frac{d \times d}{4}$$

آہم یہ معلوم کیا گیا ہے کہ دائرے کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے دائرے کے نصف قطر کے مربع کو 3.14 سے ضرب دیتے ہیں۔ چونکہ عدد 3.14 دائرے کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے ایک مستقل عدد ہے، اس لیے اس کو "π" (پائی) سے ظاہر کرتے ہیں۔

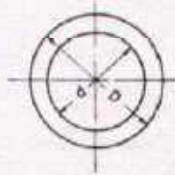
$$\pi = 3.14$$

فارمولا:

$$A = \frac{d \times d}{4} \times 3.14 = \frac{d^2 \times \pi}{4}$$

حلقہ دائرہ (Annulus) :

حلقہ دائرہ وہ سطح ہوتی ہے، جو دو مختلف قطروں کے دائروں کے درمیان واقع ہو۔ (شکل 7.13) اس کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے بڑے قطر کے دائرے کے رقبے میں سے چھوٹے قطر کے دائرے کے رقبے کو خارج کر دیتے ہیں۔



شکل 7.13

$$A = A - A$$

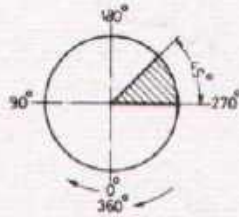
(چھوٹا دائرہ) (بڑا دائرہ) (حلقہ دائرہ)

فارمولا:

$$A = \frac{D^2 \times \pi}{4} - \frac{d^2 \times \pi}{4} = D^2 - d^2 \times \frac{\pi}{4}$$

قطاع دائرہ (Sector of circle) :

مکمل دائرے کے ایک حصے کو قطاع دائرہ کہتے ہیں۔ (شکل 7.14) قطاع دائرہ کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے مکمل دائرے کے رقبے کو قطاع دائرہ کی کسر سے ضرب دیتے ہیں۔



شکل 7.14

جیسا کہ دائرہ 360° پر مشتمل ہوتا ہے، اس لیے قطع دائرہ کی کسر برابر ہے "قطع دائرہ کا زاویہ تقسیم"۔

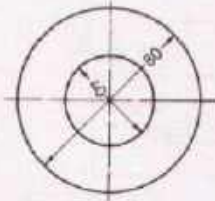
$$A_{\text{قطع دائرہ}} = A_{\text{دائرہ}} \times \text{کسر}$$

فارمولا

$$A = \frac{D^2 \times \pi}{4} \times \frac{\alpha}{360^\circ}$$

مثالیں:

(شکل 7.15) میں دکھلائے گئے لوبہ کی چادر کے بنے ہوئے بیرونگ کے ڈھکنے کی مقدار معلوم کریں۔ (مربع سنٹی میٹروں میں) معلوم:



شکل 7.15

$$D = 80 \text{ mm} = 8 \text{ cm}$$

$$d = 40 \text{ mm} = 4 \text{ cm}$$

حل:

$$A = \frac{D^2 \times \pi}{4} - \frac{d^2 \times \pi}{4}$$

$$= \frac{8^2 \times \pi}{4} - \frac{4^2 \times \pi}{4}$$

$$= 50.26 - 12.56$$

$$= 37.70 \text{ cm}^2$$

(شکل 7.16) میں دکھلائے گئے پینٹل گرائینڈر کے حفاظتی ڈھکنے کو بنانے کے لیے دھات کی کیتی چادر درکار ہوگی؟ (مربع سنٹی میٹروں میں) معلوم:

$$d = 240 \text{ mm} = 24 \text{ cm}$$

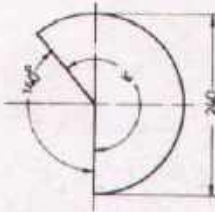
$$\alpha = 360^\circ - 140^\circ = 220^\circ$$

حل:

$$A = \frac{d^2 \times \pi}{4} \times \frac{\alpha}{360^\circ}$$

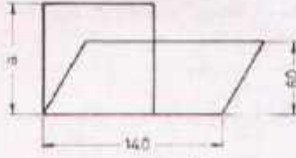
$$= \frac{24^2 \times \pi}{4} \times \frac{220^\circ}{360^\circ}$$

$$= 276.1 \text{ cm}^2$$



شکل 7.16

مشق 7



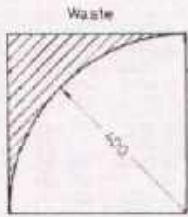
شکل 7.18

- 2- مربع کا ضلع معلوم کریں (ضلع a) (شکل 7.18) جس کا رقبہ متوازی الاضلاع کے رقبے کے برابر ہے۔



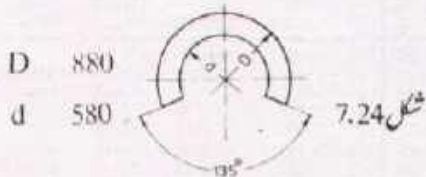
شکل 7.20

- 4- شکل 7.20 میں لگے ٹہرے روٹ کا قطر 21 ملی میٹر ہے۔ اس کا عمودی تراش کا رقبہ معلوم کریں۔



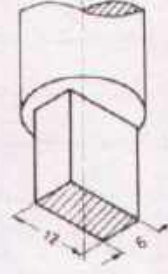
شکل 7.22

- 6- دھات کی چادر کو مطابقتی شکل 7.22 کے مطابق کاٹنے میں ضیاع (Wastage) فی صد میں معلوم کریں۔



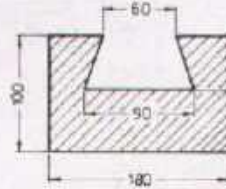
شکل 7.24

- 8- شکل 7.24 میں قطاع دائرہ کی سطح کا رقبہ معلوم کریں۔



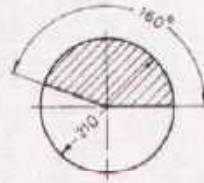
شکل 7.17

- 1- شکل 7.17 میں پنج کی سامنے والی سطح کا رقبہ معلوم کریں۔



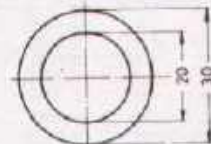
شکل 7.19

- 3- شکل 7.19 میں دکھلائے گئے فاختائی موم نما رہبر کا عمودی تراش کا رقبہ معلوم کریں۔



شکل 7.21

- 5- دھات کی چادر سے قیمت بنانا مقصود ہے۔ (شکل 7.21) دھات کی چادر کی مقدار معلوم کریں۔ (مربع سنٹی میٹروں میں)



شکل 7.23

- 7- دائرہ کا سطحی رقبہ معلوم کریں۔ (شکل 7.23)

باب 8 جدول اول کا استعمال

عام استعمال میں آنے والی تحسب کے لیے مختلف جدول تیار کر دیے گئے ہیں تاکہ تحسب میں آسانی ہو اور جدولی بھی جو نیچے دیے گئے جدول سے مندرجہ ذیل نتائج معلوم کر سکتے ہیں :- (a) - دیے گئے بنیادی عدد (n) یا قطر (d) سے مربع بجز محیط اور دائرے کا رقبہ (b) - دیے گئے مربع بجز محیط اور دائرے کے رقبے سے بنیادی عدد یا قطر

$\frac{d}{or} \frac{n}{n}$	n^2	\sqrt{n}	$d \cdot \pi$	$\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$	$\frac{d}{or} \frac{n}{n}$	n^2	\sqrt{n}	$d \cdot \pi$	$\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$
0.1	0.01	0.3162	0.314	0.0079	51	2601	7.1414	160.22	2042.82
0.2	0.04	0.4472	0.628	0.0314	52	2704	7.2111	163.36	2123.72
0.3	0.09	0.5477	0.942	0.0707	53	2809	7.2801	166.50	2206.18
0.4	0.16	0.6325	1.257	0.1257	54	2916	7.3485	169.65	2290.22
0.5	0.25	0.7071	1.571	0.1954	55	3025	7.4162	172.79	2375.63
0.6	0.36	0.7746	1.885	0.2827	56	3136	7.4833	175.93	2463.01
0.7	0.49	0.8367	2.199	0.2868	57	3249	7.5498	179.07	2551.76
0.8	0.64	0.8942	2.513	0.5025	58	3364	7.6158	182.21	2642.08
0.9	0.81	0.9487	2.827	0.6362	59	3481	7.6811	185.35	2733.97
1.0	1.00	1.0000	3.142	0.7854	60	3600	7.7460	188.50	2827.43
2	4	1.4142	6.283	3.1416	61	3721	7.8102	191.64	2922.47
3	9	1.7321	9.425	7.0686	62	3844	7.8740	194.78	3019.07
4	16	2.0000	12.566	12.57	63	3969	7.9373	197.92	3117.25
5	25	2.2361	15.708	19.63	64	4096	8.0000	201.06	3216.99
6	36	2.4495	18.850	28.27	65	4225	8.0623	204.20	3318.31
7	49	2.6458	21.991	38.48	66	4356	8.1240	207.35	3421.19
8	64	2.8284	25.133	50.27	67	4489	8.1854	210.49	3525.65
9	81	3.0000	28.274	63.62	68	4624	8.2462	213.63	3631.68
10	100	3.1623	31.416	78.54	69	4761	8.3066	216.77	3739.28
70	4900	8.3666	219.91	3848.45	71	5041	8.4261	223.05	3959.19
11	121	3.3166	34.558	95.03	72	5184	8.4853	226.19	4071.50
12	144	3.4641	37.699	113.10	73	5329	8.5440	229.34	4185.39
13	169	3.6056	40.841	132.73	74	5476	8.6023	232.48	4300.84
14	196	3.7417	43.982	153.94	75	5625	8.6603	235.62	4417.86
15	225	3.8730	47.124	176.71	76	5776	8.7178	238.76	4536.46
16	256	4.0000	50.266	201.06	77	5929	8.7750	241.90	4656.63
17	289	4.1231	53.407	226.98	78	6084	8.8318	245.04	4778.36
18	324	4.2426	56.549	254.47	79	6241	8.8882	248.19	4901.67
19	361	4.3589	59.690	283.53	80	6400	8.9443	251.33	5026.55
20	400	4.4721	62.832	314.16	81	6561	9.0000	254.47	5153.00
21	441	4.5826	65.973	346.36	82	6724	9.0554	257.61	5281.02
22	484	4.6904	69.115	380.13	83	6889	9.1104	260.75	5410.61
23	529	4.7958	72.257	415.48	84	7056	9.1652	263.89	5541.77
24	576	4.8990	75.398	452.39	85	7225	9.2199	267.04	5674.50
25	625	5.0000	78.540	490.87	86	7396	9.2736	270.18	5808.80
26	676	5.0990	81.681	530.93	87	7569	9.3274	273.32	5944.66
27	729	5.1962	84.823	572.56	88	7744	9.3808	276.46	6082.12
28	784	5.2915	87.965	615.75	89	7921	9.4340	279.60	6221.14
29	841	5.3852	91.105	660.52	90	8100	9.4868	282.74	6361.73
30	900	5.4772	94.246	706.86	91	8281	9.5394	285.88	6504
31	961	5.5678	97.387	754.77	92	8464	9.5917	289.03	6648
32	1024	5.6569	100.53	804.25	93	8649	9.6437	292.17	6793
33	1089	5.7446	103.67	855.30	94	8836	9.6954	295.31	6940
34	1156	5.8310	106.81	907.92	95	9025	9.7468	298.45	7088
35	1225	5.9161	109.96	962.11	96	9216	9.7980	301.59	7238
36	1296	6.0000	113.10	1017.88	97	9409	9.8489	304.73	7390
37	1369	6.0828	116.24	1075.21	98	9604	9.8995	307.88	7543
38	1444	6.1644	119.38	1134.11	99	9801	9.9499	311.02	7698
39	1521	6.2450	122.52	1194.59	100	10000	10.0000	314.16	7854
40	1600	6.3246	125.66	1256.64	101	10201	10.0499	317.30	8012
41	1681	6.4031	128.81	1320.25	102	10404	10.0995	320.44	8171
42	1764	6.4807	131.95	1385.44	103	10609	10.1489	323.58	8332
43	1849	6.5574	135.09	1452.20	104	10816	10.1980	326.73	8495
44	1936	6.6332	138.23	1520.53	105	11025	10.2470	329.87	8659
45	2025	6.7082	141.37	1590.43	106	11236	10.2956	333.01	8825
46	2116	6.7823	144.51	1661.90	107	11449	10.3441	336.15	8992
47	2209	6.8557	147.65	1734.94	108	11664	10.3923	339.29	9161
48	2304	6.9282	150.80	1809.56	109	11881	10.4403	342.43	9331
49	2401	7.0000	153.94	1885.74	110	12100	10.4881	345.58	9503
50	2500	7.0711	157.08	1963.50					

مربع

n	n ²
20	400

بجز

n	n ²	\sqrt{n}
20	400	4.4721

محیط

d	n ²	\sqrt{n}	$d \times \pi$
20	400	4.4721	62.832

دائرے کا رقبہ

d	n ²	\sqrt{n}	$d \times \pi$	$\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$
20	400	4.4721	62.832	314.16

نوٹ :

مزید معلومات کیلئے
بک میں دیکھی جاسکتی
ہیں -

مشق 8

1- جدول کی مدد سے مربع شکل (شکل 8.01) والی مندرجہ ذیل پیمائشوں کی فولادی سلاخوں کا عمودی تراش کا رقبہ معلوم کریں۔



شکل 8.01

□ 12 ملی میٹر؛ □ 1.5 سنٹی میٹر؛ □ 95 ملی میٹر

2- ہر مربع کا ضلع 'a' معلوم کریں، جبکہ رقبے حسب ذیل ہیں :-
 $A = 7225$ - مربع ملی میٹر؛ $A = 529$ - مربع سنٹی میٹر؛
 $A = 4225$ - مربع ملی میٹر

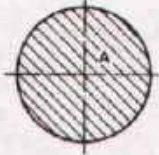


شکل 8.02

3- مندرجہ ذیل پیمائشوں والی فولاد کی گول سلاخ کا ٹھیکہ معلوم کریں :- (شکل 8.02)

$d = 15$ - سنٹی میٹر، $d = 82$ - ملی میٹر، $d = 105$ - ملی میٹر

4- پیتے کا قطر معلوم کریں، جبکہ محیط 213.63 سنٹی میٹر ہو۔
 5- ایک بہتہ تین مرتبہ گھومنے سے 339.3 سنٹی میٹر کا فاصلہ طے کرتا ہے۔ پیتے کا قطر معلوم کریں۔



شکل 8.03

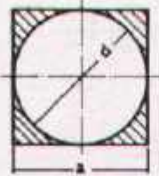
6- جدول کی مدد سے دھات کے قرص (شکل 8.03) کا سطحی رقبہ معلوم کریں جبکہ

(i) $d = 42$ ملی میٹر، (ii) $d = 5.6$ سنٹی میٹر

7- پیچوں کا قطر معلوم کریں، جبکہ ان کے عمودی تراش کا رقبہ مندرجہ ذیل ہو :-

(i) 78.54 مربع سنٹی میٹر، (ii) 452.39 مربع ملی میٹر

8- مربع کے رقبے میں سے قرص کے رقبے (شکل 8.04) کو تفریق کر کے ضیاع (Wastage) فی صد میں معلوم کریں۔



شکل 8.04

(i) $a = d = 84$ ملی میٹر، (ii) $a = d = 108$ سنٹی میٹر

9- فرض کیا، قرص کو مربع پر مٹا دیا گیا ہے۔ مٹا دینے کی لمبائی معلوم کریں۔ (d بطابق سوال نمبر 8)

10- جدول سے ایسے دائرے کا قطر معلوم کریں، جس کا رقبہ

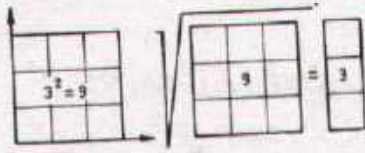
سوال نمبر 8 میں مربع کے رقبے کے تحت دیا برابر

ہو۔

مسئلہ فیثاغورث (Pythagorean proposition)

نوٹ: مسئلہ فیثاغورث کو شروع کرنے سے پہلے مندرجہ ذیل اجزاء کو زیر بحث لانا ضروری ہے :-
(i) جذر معلوم کرنا
(ii) فارمولوں کی تحویل

9.1 — جذر معلوم کرنا (evolving of roots)



شکل 9.01

جذر مربع کے برعکس ہوتا ہے۔ یعنی ہمیں یہ معلوم کرنا ہوتا ہے کہ کوئی عدد کس قوت نما سے بڑھایا گیا ہے (شکل 9.01)

کادی گر کو عام طور پر صحیح اعداد اور اعشاری اعداد کا جذر معلوم کرنے کی ضرورت پڑتی ہے۔

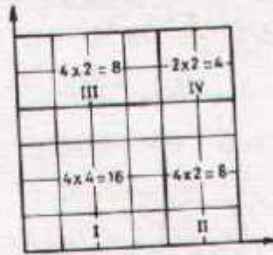
جذر کا نشان $\sqrt{\quad}$ ہوتا ہے۔ قوت نما

(Index) کا عدد (2) یہ ظاہر کرتا ہے کہ جذر کی

طاقت کیا ہے۔ مربع جذر (Square root) میں قوت نما کا یہ عدد (2) ختم کر دیا جاتا ہے اور صرف یہ نشان $\sqrt{\quad}$ کافی ہوتا ہے۔

جذر معلوم کرنے کا طریقہ:

پس منظر: جذر معلوم کرنے کے لیے مربع کی سطح کو مندرجہ ذیل حصوں میں تقسیم کر دیا گیا ہے :- (شکل 9.02)



شکل 9.02

I-مربع:

$$4 \times 4 = 16 \rightarrow a^2$$

III, II-مستطیل:

$$2 \times 4 \times 2 = 16 \rightarrow 2ab$$

IV-مربع:

$$2 \times 2 = 4 \rightarrow b^2$$

جمع کرنے سے:

$$36 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\sqrt{36} = \sqrt{a^2 + 2ab + b^2}$$

اطلاق :

جہز معلوم کرنے کا عملی طریقہ حسب ذیل ہے :-

عمل 1 : اعشاریہ کا نقطہ لگا کر دو صفر بڑھا دیں۔ اس

طرح اعداد کو کسر اعشاریہ بنائیں۔ (یہ عمل صرف

اسی حالت میں کرنا ہے جب رقم کسر اعشاریہ میں

نہ ہو)۔

عمل 2 : اعشاریہ کے نقطے سے شروع کر کے دونوں

طرف دو دو اعداد کے گروپ بنائیں۔

عمل 3 : کسی عدد کا ایسا مربع چنیں جو پہلے گروپ کے

عدد یا اعداد سے زیادہ نہ ہو۔ اس مربع کا جذر (یعنی

وہ عدد (2) جس کا مربع لیا گیا ہے) جواب کا پہلا

حصہ ہے۔ پہلے گروپ میں سے یہ مربع تفریق

کر دیں۔

عمل 4 : پہلے گروپ میں سے عدد کا مربع نصف

کرنے سے جو باقی بچے، اس کے ساتھ اعداد

کا دوسرا گروپ لکھیں۔

بجزوی جواب (2) کا دو گنا کر کے نئے مقسوم

اعداد (225) کا بجزوی مقسوم علیہ (4) بنائیں۔

عمل 5 : بجزوی مقسوم علیہ 4 کے ساتھ ایسا عدد (5)

ہلا کر مقسوم علیہ بنائیں کہ اگر اس مقسوم علیہ (45)

کو اس عدد (5) سے ضرب دیں تو حاصل ضرب

مقسوم رستم کے برابر ہو یا چھوٹا اور یہ ضارب

عدد (5) بجزوی جواب (2) کے ساتھ لکھتے ہیں۔

عمل 4 کی طرح بنایا عمل کریں۔

نوٹ : عدد (5) سے مقسوم علیہ (45) کو

ضرب دینے سے حاصل ضرب مقسوم (225) کو

مقسوم رستم میں سے تفریق کرنے سے مقسوم

سے زیادہ باقی نہیں بچنا چاہیے۔ بصورت دیگر عمل

دوبارہ کریں۔

$$\sqrt{625} = \sqrt{625.00}$$

$$2 \overline{) 625.00}$$

$$\underline{4}$$

$$2$$

$$2 \overline{) 625.00}$$

$$\underline{4}$$

$$4 \overline{) 225}$$

$$2 \overline{) 625.00}$$

$$\underline{4}$$

$$45 \overline{) 225}$$

$$\underline{225}$$

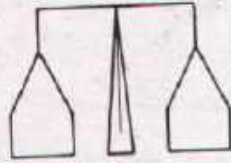
$$x$$

ثبوت

$$625 = 25 \times 25$$

9.2 — فارمولوں کی تحویل : (Transposition of Formulae)

فارمولا (دُہرائی) :



شکل 9.03

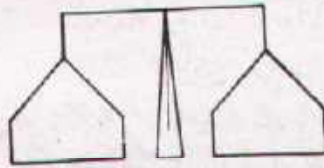
$$24 = 24$$

$$24 = 2 \times 12$$

$$24 = 48 \div 2$$

$$24 = 19 + 5$$

$$24 = 27 - 3$$



شکل 9.04

$$L = 6a$$

$$L = 2 \times 3a$$

$$L = 12a \div 2$$

$$L = 4a + 2a$$

$$L = 9a - 3a$$

فارمولا ایک قسم کی مساوات ہوتی ہے، جس کا ترازو سے موازنہ کر سکتے ہیں۔ (شکل 9.03) جیسے: ترازو کا توازن برقرار رکھنے کے لیے یا فارمولے کی دونوں اطراف کا توازن برقرار رکھنے کے لیے (پلٹے یا مساوات) اطراف کی قیمتیں یکساں ہونی چاہئیں۔

یکساں قیمت کا مطلب یہ ہے کہ ایک طرف کی کل قیمت دوسری طرف کی کل قیمت کے برابر ہے۔ چاہے کل قیمت ایک ہی قیمت کی صورت میں ہو یا مجموعی۔

قیمتیں یکساں ہونے کا مطلب یہ بھی ہوتا ہے کہ ترازو کے ایک پلٹے کی قیمتیں دوسرے پلٹے کے برابر ہوتی ہیں۔ چاہے قیمتیں کسی بھی علامت سے ظاہر کی گئی ہوں۔ کیونکہ یہی علامتی نشان قیمتوں کو ظاہر کرتے ہیں۔

مثال :

فرض کیا ایک لمبی سلاخ کی لمبائی (L) چھوٹی سلاخ کی لمبائی (a) سے چھ گنا زیادہ ہے تو اس طرح مندرجہ ذیل مساوات بنا سکتے ہیں:

(شکل 9.04)

$$L = 6a = 6 \times a = a \times 6$$

نوٹ: ترازو کے ایک پلٹے میں چیزیں دوسرے پلٹے میں رکھ کر دیکھ سکتے ہیں کہ ترازو متوازن رہے گا؟ اسی طرح فارمولے میں مساوی کے نشان کے طرفین قیمتیں منتقل کرنے سے کوئی فرق نہیں پڑتا۔

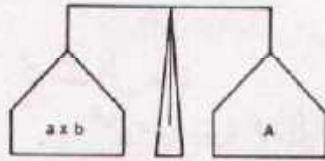
$$5 \text{ کلوگرام} = 3 \text{ کلوگرام} + 2 \text{ کلوگرام}$$

$$3 \text{ کلوگرام} + 2 \text{ کلوگرام} = 5 \text{ کلوگرام}$$

عمل تھویل (Transposition):

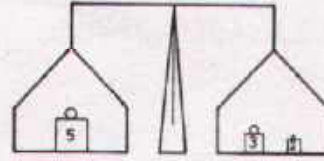
فارمولے کی تھویل سے مراد یہ ہے کہ مساوی کے نشان سے قیمتوں یا مختلفوں کو دوسری طرف اس طرح منتقل کرنا کہ جس چیز یا مختلف کی قیمت معلوم کرنا درکار ہو، وہ اکیلا ہی مساوی کے نشان کے ایک طرف رہ جائے۔ اس طرح کرنے سے فارمولے یا مساوات پر کسی قسم کا اثر نہیں ہوتا اور قیمتیں یا مختلف دوسری رستہ ہیں۔

اگر ترازو کے دونوں پلٹوں میں ایک جیسا عمل کیا جائے تو ترازو کا توازن برقرار رہے گا۔ (شکل 9.05، 9.06، 9.07، 9.08)



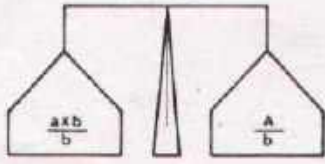
$$a \times b = A$$

شکل 9.06



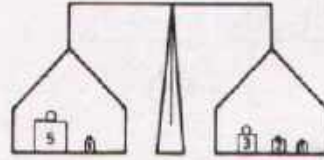
$$5 \text{ kg} = 3 \text{ kg} + 2 \text{ kg}$$

شکل 9.05



$$a = \frac{A}{b}$$

شکل 9.08



$$5 \text{ kg} + 1 \text{ kg} = 3 \text{ kg} + 2 \text{ kg} + 1 \text{ kg}$$

شکل 9.07

فارمولوں کی تھویل ضرب اور/یا تقسیم کی علامات کے ساتھ

عمل:

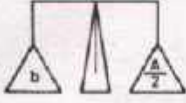
$$A = a \times b$$

$$A = a \times \underline{b}$$

$$\frac{A}{a} = \frac{a \times b}{a}$$

- 1- استعمال کیے جانے والا فارمولا لکھیں۔
 - 2- وہ مقدار یا مختلف جس کی قیمت معلوم کرنا مقصود ہو، اسے نشان دہی کی جائے۔
 - 3- مساوات میں نشان زدہ مقدار یا مختلف والی طرف میں اس نشان زدہ مقدار یا مختلف کے علاوہ باقی تمام مقداروں یا مختلفات کو ختم کریں۔
- پہلے وہ علامتی عمل منتخب کریں جو کہ منتقل ہونے والی مقداروں یا مختلفات

کے علامتی عمل کے برعکس ہو۔ پھر یہ عمل مساوات کے دونوں طرف کریں۔
 نوٹ: ضرب کا عمل تقسیم کے عمل کے برعکس ہے اور تقسیم کا ضرب کے برعکس۔
 ضروری: فارمولے کی دونوں طرفیں (ترازو کے پلٹوں کی طرح) ہم قیمت
 یعنی برابر (اور متوازن) ہونی چاہئیں۔



$$\frac{A}{a} = \frac{x \times b}{x}$$

$$\frac{A}{a} = b \quad \text{or} \quad b = \frac{A}{a}$$

4 عمل تقسیم سے دونوں طرفیں کو مختصر کریں اور حاصل کردہ فارمولے کو دوبارہ لکھیں۔

مثال a:

عمل نمبر 1 تا 4 کو زبانی کریں:

$$A = \frac{h \times a}{2} \quad \text{عمل 1}$$

$$A = \frac{h \times a}{2} \quad \text{عمل 2}$$

$$\frac{A \times 2}{h} = \frac{2 \times h \times a}{2 \times h} \quad \text{عمل 3}$$

$$\frac{A \times 2}{h} = a \quad \text{عمل 4}$$

$$\text{or} \quad a = \frac{A \times 2}{h}$$

مثال b:

نامعلوم لمباتی a معلوم کریں۔

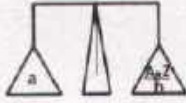
حل:

$$F \times a = b \times Q \quad \text{عمل 1}$$

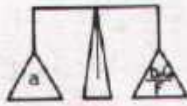
$$F \times a = b \times Q \quad \text{عمل 2}$$

$$\frac{F \times a}{F} = \frac{b \times Q}{F} \quad \text{عمل 3}$$

$$a = \frac{b \times Q}{F} \quad \text{عمل 4}$$



$$\frac{a \times h}{2} = A$$



$$F \times a = b \times Q$$

فارمولوں کی تحویل

جمع اور/یا تفریق کی علامات کے ساتھ

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$\underline{a^2} + b^2 = c^2$$

$$a^2 + b^2 - b^2 = c^2 - b^2$$

$$a^2 + b^2 - b^2 = c^2 - b^2$$

$$\underline{a^2} = c^2 - b^2$$

$$\text{or } b = a + 15$$

$$a + 5 = b - 10$$

$$a + 5 = b - 10$$

$$a + 5 + 10 = b - 10 + 10$$

$$a + 15 = b$$

$$\text{or } b = a + 15$$

عمل : 1- استعمال کرنے والا فارمولا لکھیں۔

2- وہ مقدار یا مختلفت جس کی قیمت معلوم کرنا ہو

کی نشان دہی کریں۔

3- مساوات میں نشان زدہ مقدار یا مختلفت والی طرف

میں اس نشان زدہ مقدار یا مختلفت کے علاوہ باقی

تمام مقداروں یا مختلفت کو ختم کر دیں۔

پہلے وہ علامتی عمل منتخب کریں جو کہ منتقل ہونے والی

مقداروں یا مختلفت کے علامتی عمل کے برعکس ہو۔

پھر یہ عمل مساوات کے دونوں طرف کریں۔

نوٹ : جمع کا عمل تفریق کے عمل کے برعکس ہے

اور تفریق کا عمل جمع کے عمل کے۔

ضروری : فارمولے کی دونوں طرفین (ترازوں کے

پہرے کی طرح) برابر (اور متوازن) ہونی چاہئیں

4- عمل تفریق سے دونوں طرفین کو مختصر کریں اور حاصل کردہ

فارمولے کو دوبارہ لکھ دیں۔

مثال a : عمل نمبر 1 تا 4 زبانی کریں۔

عمل 1 : حل

عمل 2 :

عمل 3 :

عمل 4 :

مثال b : نامعلوم لیائی 1₂ معلوم کریں۔

$$L = l_1 + l_2 + l_3 + l_4$$

$$L = l_1 + l_2 + l_3 + l_4$$

$$L - l_1 - l_3 - l_4 = l_1 + l_2 + l_3 + l_4 - l_1 - l_3 - l_4$$

$$L - l_1 - l_3 - l_4 = l_2$$

or

$$l_2 = L - l_1 - l_3 - l_4$$

عمل 1 : حل

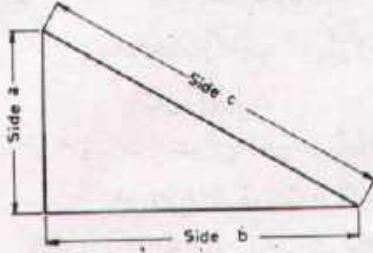
عمل 2 :

عمل 3 :

عمل 4 :

9.3 — مسئلہ فیثاغورث

(Pythagorean proposition)



شکل 9.09

بیان :

ایک قائمہ الزاویہ ٹکون میں وتر کا مربع دونوں اضلاع (جو قائمہ زاویہ بناتے ہیں) کے مربعوں کے مجموعے کے برابر ہوتا ہے۔ شکل 9.09 میں :

ضلع عمود = a

ضلع قاعدہ = b

ضلع وتر = c

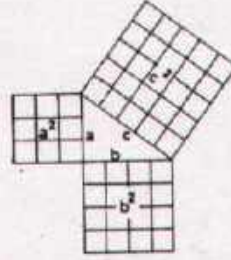
فارمولے اخذ کرنا :

$$c^2 = a^2 + b^2 \quad \text{or} \quad c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$a^2 = c^2 - b^2 \quad \text{or} \quad a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b^2 = c^2 - a^2 \quad \text{or} \quad b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

نوٹ : قائمہ الزاویہ ٹکون میں اگر دو اضلاع کی لمبائی معلوم ہو تو تیسرے ضلع کی لمبائی معلوم کر سکتے ہیں۔



9.10

مثال a :

شکل 9.11 میں دکھلائی گئی قائمہ الزاویہ ٹکون کا

وتر (c) معلوم کریں۔

معلوم :

عمود (a) = 60 ملی میٹر

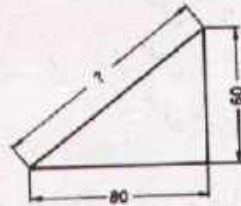
قاعدہ (b) = 80 ملی میٹر

حل :

$$c^2 = a^2 + b^2 = 60^2 + 80^2$$

$$c = \sqrt{60^2 + 80^2} = \sqrt{10,000}$$

$$= 100 \text{ mm}$$



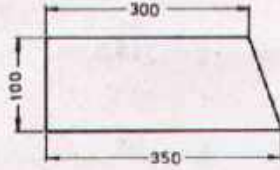
شکل 9.11

مشال b :-

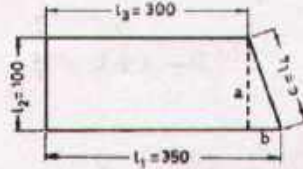
شکل 9.12 میں دکھائے گئے دھات کی چادر کے ٹکڑے کی کٹائی کی شکل لباتی "L" معلوم کریں۔

معلوم :
تین اضلاع کی لباتی 300 ملی میٹر، 100 ملی میٹر اور 350 ملی میٹر۔

سوال حل کرنے سے پہلے چوتھے ضلع کی لباتی معلوم کرنا ضروری ہے جو کہ شکل 9.13 میں قائمہ الزاویہ ٹریگون کے وتر (c) کے برابر ہے۔



شکل 9.12



شکل 9.13

$$a = l_2 = 100 \text{ mm and}$$

$$b = l_1 - l_3 = 350 - 300 = 50 \text{ mm}$$

$$c = l_4 = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{100^2 + 50^2} = \sqrt{12,500}$$

$$= 111.8 \text{ mm}$$

$$L = 350 + 100 + 300 + 111.8 = 861.8 \text{ mm}$$

مشق 9

a - جذر معلوم کریں :-

1- $\sqrt{324}$

2- $\sqrt{6561}$

3- $\sqrt{14.6}$

4- $\sqrt{5^2}$

5- $\sqrt{142^2}$

6- $\sqrt{a^2}$

7- $\sqrt{cm^2}$

8- $\sqrt{16 cm^2}$

9- $\sqrt{987.5 m^2}$

b - فارمولوں کی تحویل کر کے مطلوبہ مختلفات کی قیمتیں معلوم کرنے کے لیے فارمولے لکھتیں۔

$$1- \overbrace{3 \times a - 15}^{\lambda} \\ a = ?$$

$$2- \overbrace{\quad - A}^{\lambda} \\ b = ?$$

$$3- \overbrace{a + b - d}^{\lambda} \\ a = ? \\ b = ?$$

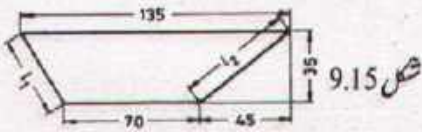
$$4- \overbrace{F \times a - Q \times b}^{\lambda} \\ F = ? \\ Q = ?$$

$$5- \overbrace{\frac{a \times h}{2} - A}^{\lambda} \\ a = ? \\ h = ?$$

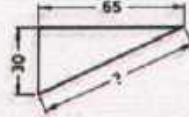
$$6- \overbrace{A = \frac{d^2}{4}}^{\lambda} \\ d^2 = ? \\ d = ?$$

2- شکل 9.15 میں لمبائی l_1 اور l_2 معلوم کریں۔

c - مسئلہ فیثا خورش کا اطلاق
1- شکل 9.14 میں وتر کی لمبائی معلوم کریں۔

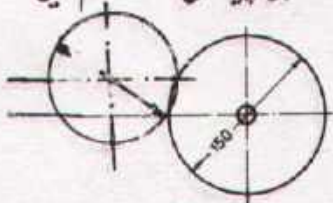


شکل 9.15

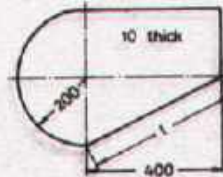


شکل 9.14

3- شکل 9.16 میں لمبائی l معلوم کریں۔
4- شکل 9.17 میں پیمائش x معلوم کریں۔



شکل 9.17



شکل 9.16

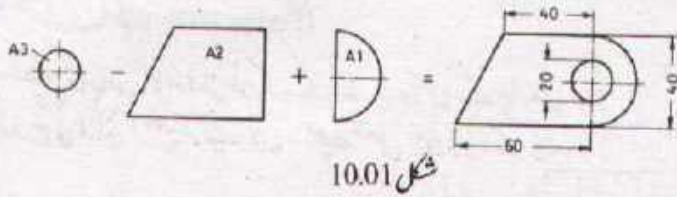
سطحی رقبہ (مجموعی اشکال) [Surface Area (composed figures)]

احاطہ - محیط (Perimeter - Circumfrance)

10.1 — مجموعی سطحیں (Composed surfaces)

ہر مجموعی سطح کو سادہ یا انفرادی اشکال میں تقسیم کیا جاسکتا ہے۔ مثال کے طور پر مربع، مستطیل، متکون، ذوزنقہ، دائرہ، قطاع دائرہ۔

مجموعی سطحوں کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے یہ ضروری ہے کہ پہلے انفرادی اشکال کا تعین کر لیا جائے۔ (شکل 10.01)

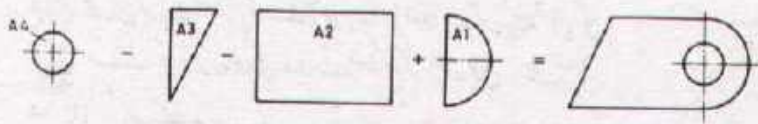


شکل 10.01

مثال a :

مکمل رقبہ = آدھا دائرہ A_1 + ذوزنقہ A_2 - دائرہ A_3

اکثر اوقات مجموعی شکل کو مختلف طریقوں سے انفرادی اشکال میں تقسیم کیا جاسکتا ہے (شکل 10.02)



شکل 10.02

مثال b :

مکمل رقبہ = آدھا دائرہ A_1 + مستطیل A_2 - متکون A_3 - دائرہ A_4
انفرادی اشکال کا تعین کرنے کے بعد فارمولوں کا چننا اور رقبہ معلوم کریں۔ اوپر دی گئی مثالوں (a) اور (b) کے لیے۔

مشال b :

$$A = A_1 + A_2 - A_3 - A_4$$

$$A_1 = \frac{d^2 \times \pi}{4} \div 2 = \frac{40^2 \times 3.14}{4} \div 2$$

$$= 628 \text{ m}^2$$

$$A_2 = a \times b = 60 \times 40$$

$$= 2400 \text{ m}^2$$

$$A_3 = \frac{a \times b}{2} = \frac{20 \times 40}{2} = 400 \text{ m}^2$$

$$A_4 = \frac{d^2 \times \pi}{4} = \frac{20^2 \times 3.14}{4}$$

$$= 314 \text{ m}^2$$

$$A = 628 + 2400 - 400 - 314$$

$$= 2314 \text{ m}^2$$

مشال a :

$$A = A_1 + A_2 - A_3$$

$$A_1 = \frac{d^2 \times \pi}{4} \div 2 = \frac{40^2 \times 3.14}{4} \div 2$$

$$= 628 \text{ m}^2$$

$$A_2 = \frac{L + l}{2} \times h = \frac{60 + 40}{2} \times 40$$

$$= 2000 \text{ m}^2$$

$$A_3 = \frac{d^2 \times \pi}{4} = \frac{20^2 \times 3.14}{4}$$

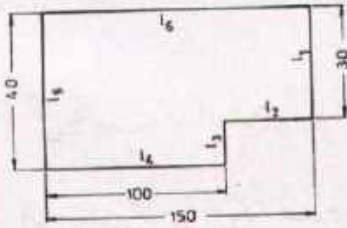
$$= 314 \text{ m}^2$$

$$A = 628 + 2000 - 314$$

$$= 2314 \text{ m}^2$$

10.2- احاطہ (Perimeter)

ستطیل نما جاغ کا احاطہ معلوم کرنے کے لیے اس کے چاروں اضلاع کی لمبائی کو جمع کر لیتے ہیں۔ جیسے شکل 10.03 کے لیے۔

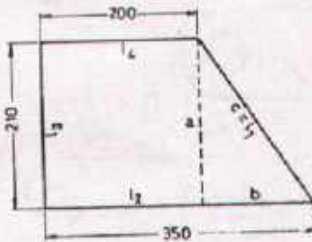


شکل 10.03

$$L = l_1 + l_2 + l_3 + l_4 + l_5 + l_6$$

$$l_2 = l_6 - l_4 = 150 - 100 = 50$$

$$l_3 = l_5 - l_1 = 40 - 30 = 10$$



شکل 10.04

ترچھے اضلاع والی سطوں کا احاطہ بھی اس کے تمام اضلاع کی لمبائی کو جمع کر کے معلوم کر سکتے ہیں۔ اکثر اوقات ترچھے ضلع کی لمبائی مسئلہ فیما غورث کی مدد سے معلوم کر لیتے ہیں۔ جیسے شکل 10.04 کے لیے۔

$$L = l_1 + l_2 + l_3 + l_4$$

مسئلہ فیثاغورث کی رو سے

$$c = l_1 \quad a = l_3$$

لہذا:

$$l_1 = 291 \text{ mm}$$

$$b = l_2 - l_4 = 350 - 200$$

$$l_2 = 350 \text{ mm}$$

$$= 150 \text{ mm}$$

$$l_3 = 210 \text{ mm}$$

$$l_1^2 = c^2 - a^2 + b^2$$

$$l_4 = 200 \text{ mm}$$

$$= 210^2 + 150^2$$

$$L = 291 + 350 + 210 + 200$$

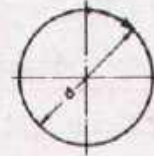
$$= 1051 \text{ mm}$$

$$l_1 = \sqrt{210^2 + 150^2} = \sqrt{66600}$$

$$= 291 \text{ mm}$$

(Circumference) **محیط** — 10.3

ایک مکمل دائرے کا محیط معلوم کرنے کے لیے دائرے کے قطر کو 3.14 (π) سے ضرب دیتے ہیں۔ شکل 10.05



$$L = d \times \pi$$

شکل 10.05

فارمولا:

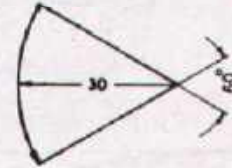
$$\pi \times (\text{قطر } d) = (L) \text{ دائرے کا محیط}$$

$$\text{OR } L = d \times \pi \quad (\pi = 3.14)$$

قطاع دائرہ کا محیط معلوم کرنے کے لیے مکمل دائرے کے محیط کو قطاع دائرہ کی کسر سے ضرب دے دیتے ہیں۔

فارمولا:

$$\text{قطاع دائرہ کا محیط } (L) = \text{قطاع دائرہ کی کسر} \times \text{قطاع دائرہ کی کسر}$$



شکل 10.06

$$\text{OR } L = d \times \pi \times \frac{\alpha}{360^\circ}$$

$$\text{قطر } (d) = \text{نصف قطر } (r) + \text{نصف قطر } (r)$$

شکل 10.06 میں دکھلاتے گئے قطاع دائرہ کے لیے

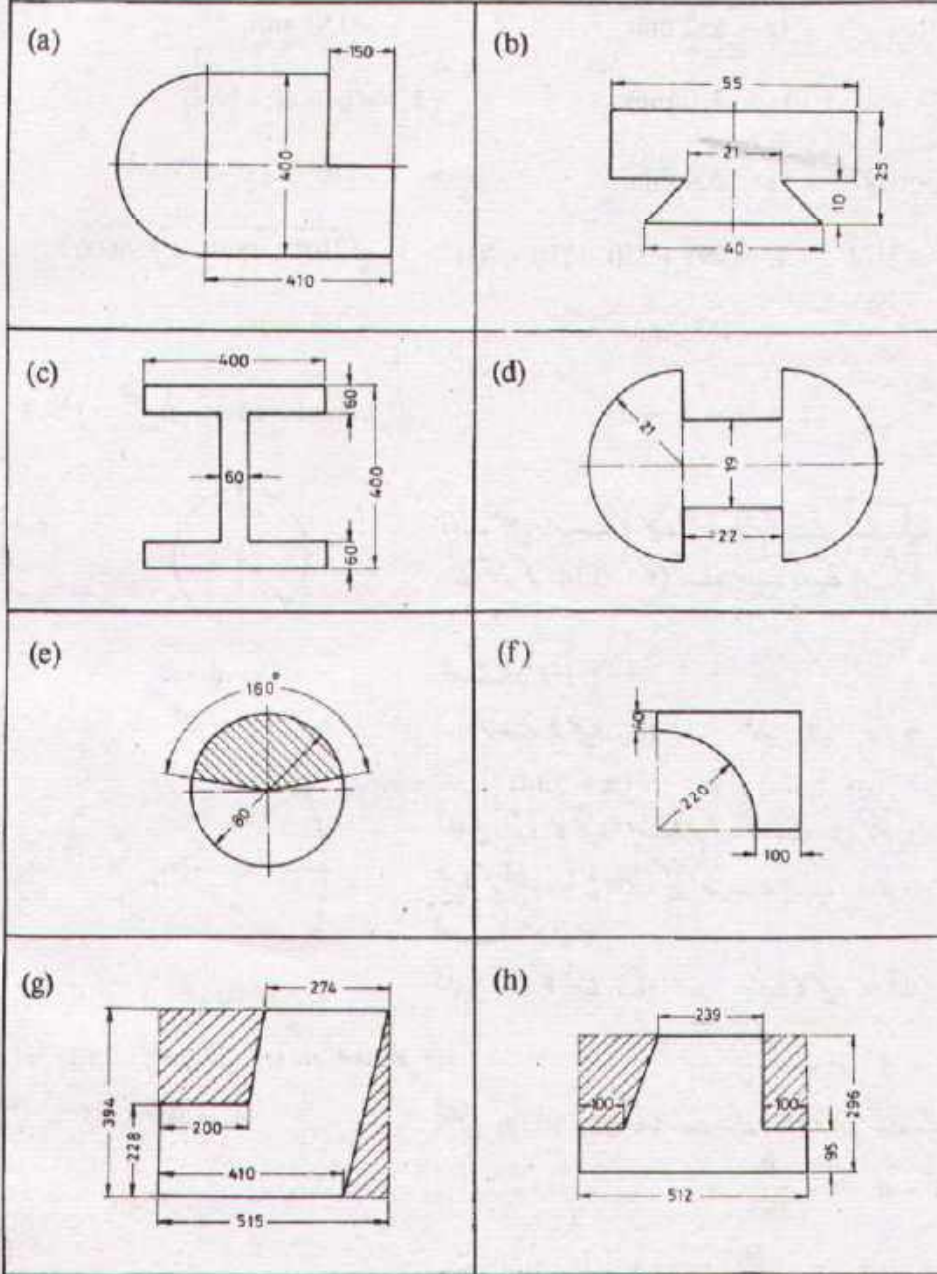
$$\text{OR } d = r + r$$

$$L = d \times \pi \times \frac{\alpha}{360^\circ}$$

$$= 60 \times \pi \times \frac{60^\circ}{360^\circ} = 188.5 \times \frac{1}{6} = 31.41 \text{ mm}$$

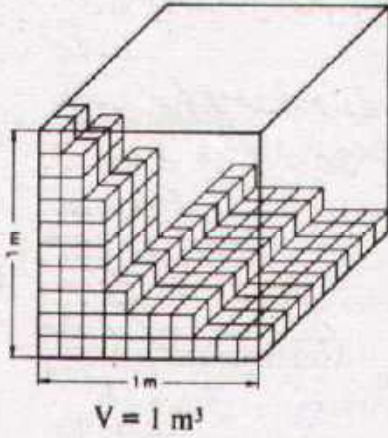
مشق 10

۱۔ مندرجہ ذیل اشکال کا رقبہ (مربع سنٹی میٹروں میں) احاطہ اور محیط (سنٹی میٹروں میں) معلوم کریں:—
(نوٹ: تمام پیمائشیں ملی میٹروں میں ہیں)



(Volume)

حجم



شکل 11.01

ٹھوس انجنیئرنگ اجسام کا حجم ڈرائنگ کی مدد سے اور حساب کے طریقے سے بھی معلوم کیا جاسکتا ہے اور حجم کو V سے ظاہر کرتے ہیں۔
 اگر ہم کسی ٹھوس انجنیئرنگ جسم مثلاً مکعب (شکل 11.01) کو ٹریج خانوں والے کاغذ پر بناتیں تو اس شکل میں جتنے بھی چھوٹے چھوٹے مکعب گھرے ہوتے ہوں گے، تشکیل شدہ مکعب کا حجم ظاہر کریں گے۔ حجم (V) ایک مکعب میٹر ہے۔

11.1۔ حجم کی اکائیاں

حجم ناپنے کی بین الاقوامی اکائیوں یعنی مکعب ملی میٹر، مکعب سنٹی میٹر، مکعب ڈیسی میٹر اور مکعب میٹر کو بین الاقوامی لمبائی ناپنے والی اکائیوں یعنی ملی میٹر، سنٹی میٹر، ڈیسی میٹر اور میٹر سے اسی طریقے سے حاصل کیا گیا ہے، جس طرح لمبائی کی اکائیاں۔

ایک مکعب میٹر = 1 میٹر (لمبائی) × 1 میٹر (گہرائی) × 1 میٹر (چوڑائی)

or $1 \text{ m}^3 = 1 \text{ m (length)} \times 1 \text{ m (depth)} \times 1 \text{ m (width)}$

$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3$

$1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3$

$1 \text{ cm}^3 = 1000 \text{ mm}^3$

نوٹ: ایک اکائی سے دوسری اکائی میں تبدیل کرنے کا جُز 1000 ہے۔

برطانوی نظام کی حجم ناپنے کی اکائیوں، جو پہلے استعمال ہوتی تھیں، کی جگہ اب بین الاقوامی میٹرک نظام کی حجم ناپنے کی اکائیاں استعمال ہوتی ہیں۔

ایک مکعب انچ = 16.387 مکعب سنٹی میٹر ($1 \text{ cu in} = 16.387 \text{ cm}^3$)

11.2 — متوازی انجینئرنگ ٹھوس اجسام کا حجم:

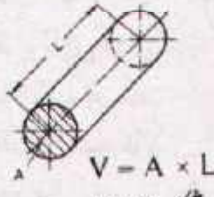
(Volume of Parallel engineering solids)

متوازی انجینئرنگ ٹھوس اجسام کے پیسے اور اوپر کی سطح باہم متوازی ہوتی ہے اور ان کا رقبہ یکساں ہوتا ہے۔

عام طور پر ان کا حجم معلوم کرنے کے لیے اس کے عمودی تراش کے رقبے کو لمبائی سے ضرب دیتے ہیں۔ یہ طریقہ منفرہ شکل اور مٹیوںسی اشکال کے ٹھوس اجسام کے لیے مؤثر ہے۔ جیسے اشکال 11.02 سے 11.07 تک۔



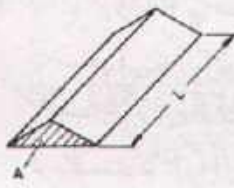
شکل 11.02



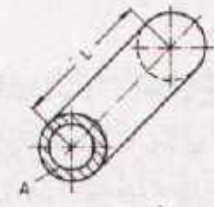
شکل 11.03



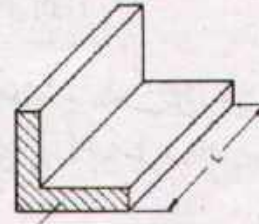
شکل 11.04



شکل 11.05



شکل 11.06



شکل 11.07

مثال a :

شکل 11.08 میں دکھلائے ہوئے ٹھوس جسم کا حجم معلوم کریں۔

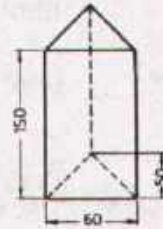
معلوم:

$$a = 60 \text{ mm}; h = 50 \text{ mm}; L = 150 \text{ mm}$$

حل:

$$A = \frac{a \times h}{2} = \frac{6 \times 5}{2} = 15 \text{ cm}^2$$

$$\begin{aligned} V &= A \times L \\ &= 15 \text{ cm}^2 \times 15 \text{ cm} \\ &= 225 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$



شکل 11.08

مثال b :

شکل 11.09 میں دکھلائے ہوئے سلنڈر کا حجم معلوم کریں۔

معلوم :

$$D = 90 \text{ mm} ; d = 50 \text{ mm} ; L = 120 \text{ mm}$$

حل :

$$V = A \times L$$

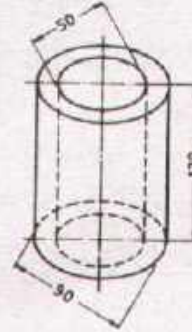
$$A = \frac{D^2 \times \pi}{4} - \frac{d^2 \times \pi}{4}$$

$$= \frac{9^2 \times \pi}{4} - \frac{5^2 \times \pi}{4}$$

$$= 44 \text{ cm}^2$$

$$V = 44 \text{ cm}^2 \times 12 \text{ cm}$$

$$= 528 \text{ cm}^3$$



شکل 11.09

مثال c :

شکل 11.10 میں دکھلائے ہوئے جاب کا حجم معلوم کریں۔

حل :

$$V = A \times L$$

$$A = A_1 + A_2$$

$$A_1 = 10 \times 25$$

$$= 250 \text{ mm}^2$$

$$A_2 = 115 \times 8$$

$$= 920 \text{ mm}^2$$

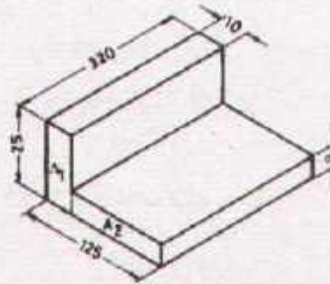
$$A = 250 + 920$$

$$= 1170 \text{ mm}^2$$

$$L = 320 \text{ mm}$$

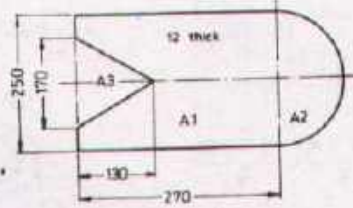
$$V = 1170 \text{ mm}^2 \times 320 \text{ mm}$$

$$= 374400 \text{ mm}^3 = 374.4 \text{ cm}^3$$



شکل 11.10

مشال ۵ :
 شکل 11.11 میں دکھائی گئی جاب کا حجم معلوم کریں۔



شکل 11.11

حل :

$$V = A \times L$$

$$A = A_1 + A_2 - A_3$$

$$A_1 = 27 \times 25 = 675 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = \frac{d^2 \times \pi}{4} \div 2 = \frac{25^2 \times 3.14}{4} \div 2$$

$$= 245.5 \text{ cm}^2$$

$$A_3 = \frac{17 \times 13}{2} = 110.5 \text{ cm}^2$$

$$A = 675 + 245.5 - 110.5$$

$$= 810 \text{ cm}^2$$

$$L = 1.2 \text{ cm}$$

$$V = 810 \text{ cm}^2 \times 1.2 \text{ cm}$$

$$= 972 \text{ cm}^3$$

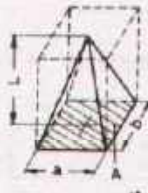
11.3 — مخروط اور مخروط مضلع (اہرام) کا حجم (Volumes of cones & pyramids)

مخروط یا اہرام نما انجنیئرنگ ٹھوس اجسام میں پینڈے کی سطح سے خطوط ایک نقطے (مخروطی نقطے یا منشوری نقطے) کی طرف سمٹتے ہیں۔

مخروطی یا اہرامی ٹھوس اجسام کا حجم ٹھوس متوازی جسم کے حجم کے ایک تہائی کے برابر ہوتا ہے، جبکہ ان کے پینڈے کا سطحی رقبہ اور اونچائی یکساں ہو۔



شکل 11.12
مخروط



شکل 11.13
اہرام

اس لیے جب کسی مخروطی یا اہرامی ٹھوس جسم کا حجم معلوم کریں تو پہلے متوازی ٹھوس جسم کا حجم نکالتے ہیں اور پھر اس کو تین سے تقسیم کر دیتے ہیں۔ (شکل 11.12 اور 11.13)

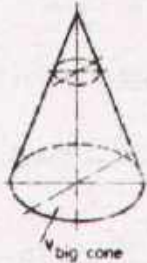
فارمولا:

$$\text{حجم (V)} = \frac{\text{پینڈے کا رقبہ (A)} \times \text{اونچائی (L)}}{3}$$

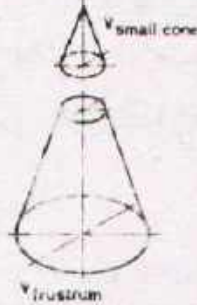
$$V = \frac{A \times L}{3}$$

11.4 — مخروط اور اہرام کی مقطوع کا حجم (Volumes of frustum of cones & pyramids)

(Volumes of frustum of cones & pyramids)



شکل 11.14



شکل 11.15

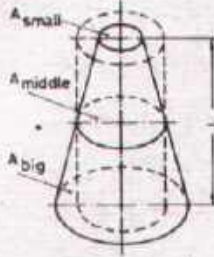
مخروط اور اہرام کے حصے مقطوع کہلاتے ہیں۔

مخروط یا اہرام کے مکمل حجم میں سے کٹے گئے حصے کا حجم تفریق کرنے سے مقطوع مخروط یا مقطوع اہرام کا حجم معلوم کرتے ہیں۔ (شکل 11.14 اور 11.15)

فارمولا: حجم مقطوع (V_f) = حجم بڑی مخروط (V_c) - حجم چھوٹی مخروط (V_c)

$$V_f = V_c - V_c$$

بعض اوقات مقطوع اجسام کے پنیے اور بالائی سطحوں کے اوسط رقبے کو اونچائی سے ضرب دے کر بھی حجم معلوم کرتے ہیں۔ اس کے لیے نظریاتی طور پر مقطوع مخروط کو بیسن نما (cylindrical) اور مقطوع ابرام کو ابرام نما یا غشور نما (prism) تشکیل دیتے ہیں۔ (شکل 11.16) اگر A_m اوسط رقبہ، d_m اوسط قطر کو ظاہر کرے اور D بڑا قطر اور d چھوٹا قطر ہو تو



شکل 11.16

$$A_m = \frac{d_m^2 \times \pi}{4} \quad (d_m = \frac{D+d}{2})$$

اس طرح مقطوع کا حجم $(V_f) = \text{اوسط رقبہ} \times \text{اونچائی}$

$$V_f = A_m \times L \quad \text{فارمولہ:}$$

نوٹ: اس طریقے سے حجم تقریباً درست حاصل ہوتا ہے۔ لہذا بہت زیادہ درستگی کے لیے یہ طریقہ استعمال نہیں کیا جاتا۔
مثال: شکل 11.17 میں دکھائی گئی مخروط مقطوع کا حجم دونوں طریقوں سے معلوم کریں۔

حل طریقہ b:

$$V_f = A_m \times L$$

$$A_m = \frac{d_m^2 \times \pi}{4}$$

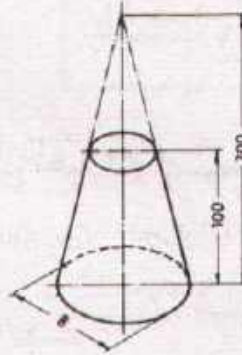
$$d_m = \frac{D+d}{2} = \frac{8+4}{2}$$

$$= 6 \text{ cm.}$$

$$A_m = \frac{6^2 \times \pi}{4} = 28.3 \text{ cm}^2$$

$$V_f = 28.3 \text{ cm}^2 \times 10 \text{ cm}$$

$$= 283 \text{ cm}^3$$



شکل 11.17

$$V_f = V_c - V_c$$

$$= \frac{A_1 \times L_1}{3} - \frac{A_2 \times L}{3}$$

$$A_1 = \frac{D^2 \times \pi}{4} = \frac{8^2 \times \pi}{4}$$

$$= 50.3 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = \frac{d^2 \times \pi}{4} = \frac{4^2 \times \pi}{4}$$

$$= 12.6 \text{ cm}^2$$

$$V_c = \frac{50.3 \times 20}{3} = 334.7 \text{ cm}^3$$

$$V_c = \frac{12.6 \times 10}{3} = 42.0 \text{ cm}^3$$

$$V_f = 334.7 \text{ cm}^3 - 42.0 \text{ cm}^3$$

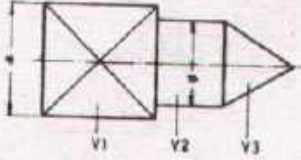
$$= 292.7 \text{ cm}^3$$

دونوں طریقوں سے حاصل کردہ جوابات کا موازنہ کریں۔

11.5 — مجموعی ٹھوس اجسام کا حجم :

(Volume of composed workpiece)

مجموعی ٹھوس جسم کے ہر انفرادی ٹھوس جسم کا حجم معلوم کر کے سب کو جمع کرنے سے مکمل ٹھوس جسم کا حجم معلوم کرتے ہیں۔ (شکل (11.18))



$$V = V_1 + V_2 + V_3 + \dots$$

فارمولہ :

شکل 11.18

مثال :

شکل 11.19 میں دکھلائے گئے مسنڈر کا حجم معلوم کریں (مکتب سنٹی میٹروں میں)۔

حل :

مکمل حجم (V) = مخروط کا حجم (V₁) + سلنڈر کا حجم (V₂) + متوازی ٹھوس کا حجم (V₃)

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

$$V_1 = \frac{A_1 \times L_1}{3} ; A_1 = \frac{d^2 \times \pi}{4} = \frac{4^2 \times 3.14}{4} = 12.6 \text{ cm}^2$$

$$V_1 = \frac{12.6 \text{ cm}^2 \times 3.2 \text{ cm}}{3} = 13.5 \text{ cm}^3$$

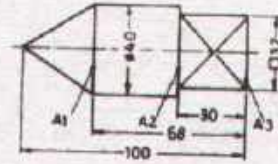
$$V_2 = A_2 \times L_2 ; A_2 = \frac{4^2 \times \pi}{4} = 12.6 \text{ cm}^2$$

$$V_2 = 12.6 \text{ cm}^2 \times 3.8 \text{ cm} = 47.9 \text{ cm}^3$$

$$V_3 = A_3 \times L_3 = (3.2 \text{ cm})^2 \times 3 \text{ cm} = 30.7 \text{ cm}^3$$

$$V = 13.5 \text{ cm}^3 + 47.9 \text{ cm}^3 + 30.7 \text{ cm}^3$$

$$= 92.1 \text{ cm}^3$$



شکل 11.19

11.6 — مائع کی مقدار (حجم) (Quantities of liquids)

مائع کی مقدار ناپنے کی اکانیاں عموماً لیٹر (Litre) یا اس کے اضعاف ہوتی ہیں۔ ٹھوس اجسام کا حجم ناپنے کی اکانیوں اور مائع کی مقدار ناپنے کی اکانیوں میں کافی تعلق ہوتا ہے۔ جیسے مندرجہ ذیل جدول سے ظاہر ہے :-

جدول :

$$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ l (litres)}$$

$$1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3$$

$$1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ l}$$

$$= 1000 \text{ cm}^3$$

$$1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ ml (millilitre)}$$

$$1 \text{ ml} = 1 \text{ cm}^3$$

نوٹ : مائع ناپنے کے لیے برطانوی نطف نام کی اکانیوں مثلاً گیلن، چوتھائی گیلن (Quart) اور $\frac{1}{8}$ گیلن (Pint) کی جگہ بین الاقوامی نطف نام کی میٹرک اکانیاں استعمال ہوتی ہیں۔

$$1 \text{ گیلن} = 4.56 \text{ لیٹرز (1 gallon} = 4.56 \text{ l)}$$

کسی برتن میں مائع کی مقدار معلوم کرنے کے لیے پہلے برتن کا اندرونی حجم مکعب سنٹی میٹروں / مکعب ڈیسی میٹروں / مکعب میٹروں میں معلوم کر کے اس کو لیٹروں اور ملی لیٹروں میں تبدیل کرتے ہیں۔

مثال :

شکل 11.20 میں دکھلائے گئے برتن میں مائع کی کتنی مقدار کا ذخیرہ کر سکتے ہیں۔ (لیٹروں میں)

حل : شکل 11.20 میں دکھلائے گئے برتن میں مائع کی کتنی مقدار کا ذخیرہ کر سکتے ہیں۔ (لیٹروں میں)

$$V = V_1 + V_2$$

$$V_1 = A_1 \times L ; \quad A_1 = a \times b = 20 \times 20 = 400 \text{ cm}^2$$

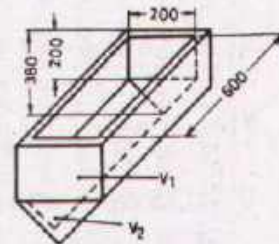
$$V_1 = 400 \text{ cm}^2 \times 60 \text{ cm} = 24000 \text{ cm}^3$$

$$V_2 = A_2 \times L ; \quad A_2 = \frac{a \times h}{2} = \frac{20 \times 18}{2} = 180 \text{ cm}^2$$

$$V_2 = 180 \text{ cm}^2 \times 60 \text{ cm} = 10800 \text{ cm}^3$$

$$V = 24000 \text{ cm}^3 + 10800 \text{ cm}^3 = 34800 \text{ cm}^3$$

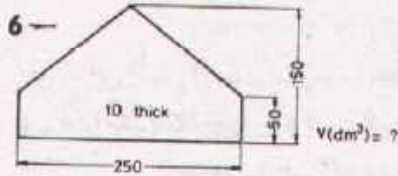
$$= 34.8 \text{ dm}^3 = 34.8 \text{ l}$$



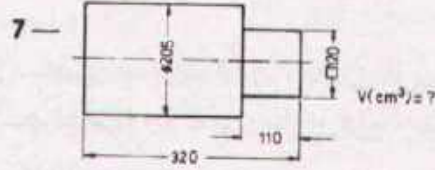
شکل 11.20

مشق 11

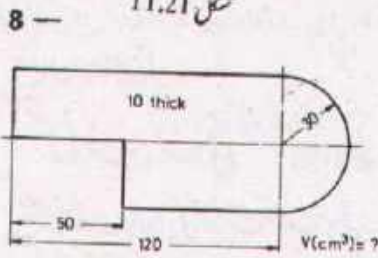
- 1- مکتبہ سنٹی میٹروں میں تبدیل کریں: 33480 مکتبہ ملی میٹر، 0.166 مکتبہ ڈیسی میٹر، 165 مکتبہ ملی میٹر۔
- 2- لیٹروں میں تبدیل کریں: 14.5 مکتبہ ڈیسی میٹر، 15880 مکتبہ سنٹی میٹر، 4800 ملی لیٹر۔
- 3- جمع کریں اور جواب مکتبہ سنٹی میٹروں میں لکھیں:-
 (a) مکتبہ ملی میٹر + 0.84 مکتبہ ڈیسی میٹر + 310 مکتبہ سنٹی میٹر۔
 (b) مکتبہ ملی میٹر + 914 مکتبہ سنٹی میٹر - 0.012 مکتبہ ڈیسی میٹر۔
- 4- 40×40 مربع سلاخ میں سے 310 ملی میٹر لمبائی کا ٹی گھنٹے ہے۔ اس کا حجم کیا ہوگا؟
- 5- 60 ملی میٹر قطر کی گول سلاخ میں سے 200 ملی میٹر لمبائی کی جاب بنائی گئی ہے۔ اس کا حجم معلوم کریں۔



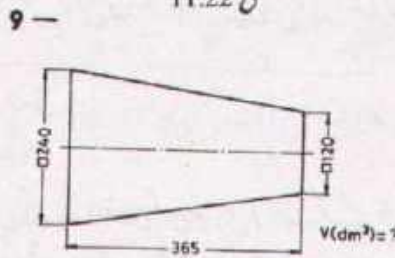
شکل 11.21



شکل 11.22

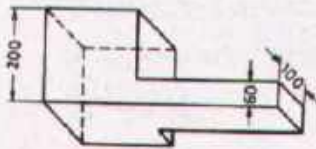


شکل 11.23

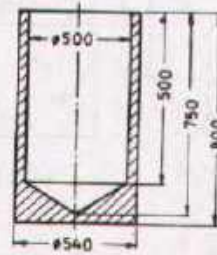


شکل 11.24

- 10 - (a) - 80 ملی میٹر قطر کے ٹاپنے والے بیلن ٹائٹلے میں 300 ملی لیٹر تیل ہے
 کی اونچائی معلوم کریں۔



شکل 11.26



شکل 11.25

- (c) - 200 ملی میٹر بطول "a" والے فولادی مکتبہ کو
 کوٹ کر 60×100 mm سائز کی مستطیل بنا
 سلاخ میں ٹائٹلے ہے (شکل 11.26)۔ سلاخ کی
 لمبائی معلوم کریں۔

- (b) شکل (11.25) میں دکھائے گئے بیلن ٹائٹلے میں
 مانع کی کتنی مقدار (لیٹروں میں) بھری جاسکتی
 ہے؟

وزن (Weight)

کسی مائع، ٹھوس یا گیس کا وزن وہ قوت ہوتی ہے جو میٹریل پر زمین کی کشش ثقل کے اطلاق سے ہوتی ہے۔ جب کسی وزن کو اٹھا رہے ہوتے ہیں تو دراصل ہم زمین کی کشش ثقل کے مخالف قوت کا اطلاق کر رہے ہوتے ہیں۔ وہ قوت جو کسی جسم کو اٹھانے کے لیے استعمال ہوتی ہے "وزن" کہلاتی ہے اور اس کو کلوگرام طاقت (kgf) یا نیوٹن (Newton) میں ظاہر کرتے ہیں۔

$$1 \text{ kgf} = 9.81 \text{ N (Newtons)}$$

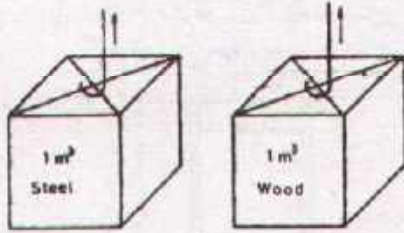
کسی جسم میں میٹریل کی مقدار کو کمیت (Mass) کہتے ہیں اور اس کو کلوگرام (kg) میں ظاہر کرتے ہیں۔ ایک کلوگرام کمیت کا وزن 9.81 نیوٹن ہوتا ہے، جو تقریباً 10 نیوٹن استعمال میں لایا جاتا ہے۔

$$1 \text{ kgf} = 9.81 \text{ N} = 10 \text{ N (app)}$$

چونکہ عملی زندگی میں لوگ عموماً کمیت اور وزن کی اکائیوں میں تیسری نہیں کرتے، اس لیے اس کتاب میں بھی اسی طریقے سے اکائیاں استعمال کی جائیں گی۔

12.1 کثافتِ اضافی (Specific gravity)

چونکہ مختلف میٹریل کی کثافت مختلف ہوتی ہے، اس لیے وہ طاقت جو کسی میٹریل کو اٹھانے کے لیے درکار ہو نیز میٹریل کے حجم کی وجہ سے تبدیل ہوتی ہے بلکہ میٹریل کی قسم سے بھی۔ (شکل 12.01 اور 12.02)



شکل 12.02

شکل 12.01

اگر دو مختلف میٹریل کے یکساں جسم کے اجسام اٹھائے جائیں تو یہ کہہ سکتے ہیں کہ دونوں اجسام کا وزن بھی مختلف ہے۔ کیونکہ دونوں میٹریل کی کثافت مختلف ہونے کی وجہ سے نتیجہ کثافتِ اضافی بھی مختلف ہوگی۔

عام طور پر کسی میٹریل کی کثافتِ اضافی بغیر موسومیت کے ظاہر کی جاتی ہے۔ یہ سمجھا جاتا ہے کہ جو حجم اس سطح لکھا گیا ہے، وہ کثافتِ اضافی کو ظاہر کرتا ہے۔

Cm^3 or ml	Specific gravity	- gram per cm^3/ml
dm^3 or l	Specific gravity	- kilogram per dm^3/l
m^3	Specific gravity	- metric ton per m^3

مختلف میٹریل کی کثافت اضافی کا جدول: (لوگرام فی مکعب میٹر) (kg/d m³)



شکل 12.03



شکل 12.04

8.5 = برقیل

7.1 = جت

1.0 = پانی

0.9 = چکناہٹیل

7.85 = مائلڈ سٹیل

7.5 = کاسٹ آئرن

2.7 = الومینیم

8.7 = تاشا

نوٹ: مزید تفصیلات میٹریل بک میں دیکھی جاسکتی ہیں۔

12.2 - حجم کی بنیاد پر وزن معلوم کرنا:

کسی میٹریل کا وزن اس کے حجم کو کثافت اضافی سے ضرب دے کر معلوم کر سکتے ہیں۔ یعنی پہلے کسی شخص کو میٹریل یا مائع کا حجم معلوم کرتے ہیں۔ پھر متعلقہ میٹریل کے اگائی حجم کے وزن سے ضرب دیتے ہیں۔

$$\text{وزن (w) = حجم (V) \times کثافت اضافی (\gamma)}$$

$$w = V \times \gamma$$

مثال ۱۰: شکل 12.05 میں دکھائی گئی ہے کا وزن معلوم کریں - ($\gamma = 7.85 \text{ kg/dm}^3$)

$$w = V \times \gamma$$

$$V = V_1 + V_2$$

$$V_1 = A_1 \times h_1$$

$$A_1 = 20 \times 20 = 400 \text{ cm}^2$$

$$V_1 = 400 \text{ cm}^2 \times 19.5 \text{ cm}$$

$$= 7800 \text{ cm}^3$$

$$V_2 = A_2 \times h_2$$

$$A_2 = \frac{15^2 \times 3.14}{4} = 177 \text{ cm}^2$$

$$V = 177 \text{ cm}^2 \times 22.5 \text{ cm}$$

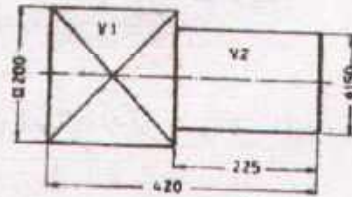
$$= 3982 \text{ cm}^3$$

$$V = 7800 \text{ cm}^3 + 3982 \text{ cm}^3$$

$$= 11782 \text{ cm}^3 = 11.78 \text{ dm}^3$$

$$w = 11.78 \text{ dm}^3 \times 7.85 \text{ kg/dm}^3$$

$$= 92.47 \text{ kg}$$



شکل 12.05

مشال b : شکل 12.06 میں دکھلائے گئے پیتل کے 200 ڈسکنوں کا وزن معلوم کریں۔
($\gamma = 8.7 \text{ g/cm}^3$)

حل:

$$w = V \times \gamma$$

$$V = A \times h$$

$$A = A_1 + A_2$$

$$A_1 = 6.75 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = 3.53 \text{ cm}^2$$

$$A = 6.75 + 3.53 = 10.28$$

$$V = 10.28 \text{ cm}^2 \times 1.0 \text{ cm} = 10.28 \text{ cm}^3$$

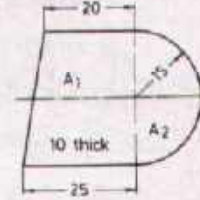
$$w = 10.28 \text{ cm}^3 \times 8.7 \text{ g/cm}^3 = 89.436 \text{ g}$$

For 200 pieces

$$\text{Total weight} = 89.436 \text{ g} \times 200$$

$$= 17887.2 \text{ g}$$

$$\text{or} = 17.887 \text{ kg}$$



شکل 12.06

12.3 — لمبائی کی بنیاد پر وزن معلوم کرنا:

عموماً جب مربع شکل، گول، مستطیل، چھپرہ، اینگل آئرن، U آئرن یا T آئرن خریدتے ہیں تو میٹرل کے وزن کا حساب لمبائی کی بنیاد پر کرتے ہیں۔ اس کے لیے اکائی لمبائی کا وزن معلوم کرنا چاہیے۔ اس طرح کل وزن (W_{total}) معلوم کرنے کے لیے اکائی لمبائی کے وزن (W_{unit}) کو کل لمبائی (L_{total}) سے ضرب دیتے ہیں۔

$$W_{\text{total}} = W_{\text{unit}} \times L_{\text{total}}$$

مشال : 60×60 ملی میٹر مربع فولاد کی 2600 ملی میٹر لمبی سلخ کا وزن معلوم کریں۔ (شکل 12.07)

معلوم:

$$W_{\text{unit}} = 28.3 \text{ kg/m}$$

$$L_{\text{total}} = 2600 \text{ mm} = 2.6 \text{ m}$$

حل:



شکل 12.07

$$W_{\text{total}} = W_{\text{unit}} \times L_{\text{total}}$$

$$= 28.3 \text{ kg/m} \times 2.6 \text{ m}$$

$$= 73.58 \text{ kg}$$

1 m = 28.3 kg
(اگلے صفحے پر جدول سے)

12.4 - رقبے کی بنیاد پر وزن معلوم کرنا:

فولاد کی چادروں وغیرہ کا وزن لمبائی کے بجائے رقبے کی بنیاد پر معلوم کرتے ہیں۔ اکائی رقبہ کے وزن کو رقبے سے ضرب دے کر رقبے کا وزن معلوم کرتے ہیں۔

$$W_{\text{total}} = W_{\text{unit}} \times A_{\text{total}}$$

مثال: 3 ملی میٹر موٹی، 6.1 مربع میٹر فولاد کی چادر کا وزن معلوم کریں۔ (شکل 12.08)

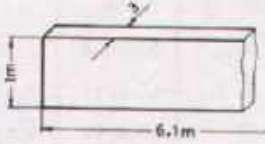
$$W_{\text{unit}} = 23.55 \text{ kg/m}^2$$

$$A_{\text{total}} = 6.1 \text{ m}^2$$

$$W_{\text{total}} = W_{\text{unit}} \times A_{\text{total}}$$

$$= 23.55 \text{ kg/m}^2 \times 6.1 \text{ m}^2$$

$$= 144.6 \text{ kg}$$



شکل 12.08
1m² = 23.55 kg (جہول سے)

مشق 12

1- صفحہ 92 پر دیے ہوئے جدول کی مدد سے (a) تا (e) سوالات کے لیے وزن معلوم کریں:-

(a) مربع شکل کی فولادی سلاخ سائز 24 × 1500 کا وزن معلوم کریں۔

(b) گول فولادی سلاخ سائز φ 12 × 2400 کا وزن معلوم کریں۔

(c) فولاد کی چادر سائز 200 × 900 اور 6 موٹائی کا وزن معلوم کریں۔

(d) اینگل آئرن کے تین ٹکڑوں کا وزن معلوم کریں۔

(e) ریٹنگ بنانے کے لیے مندرجہ ذیل میٹریل خرچ ہوتا ہے۔

2 ٹکڑے L 30 × 30 × 5 × 1250

2 ٹکڑے L 30 × 30 × 3 × 2300

2 ٹکڑے □ 12 × 5 × 1240






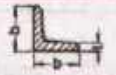
5 ٹکڑے φ 6 × 2300


ریٹنگ کا نکل وزن معلوم کریں۔

2- باب 11 کی مشق میں سوالات 7 اور 9 میں وزن معلوم کریں، جبکہ میٹریل ایوی بیٹیم ہے اور 2.6 = 2

کلوگرام فی لمبائی میٹر۔

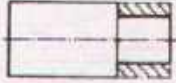
3- U-80 سائز کی فولادی سلاخ کے پانچ ٹکڑوں کا وزن معلوم کریں جبکہ ہر ٹکڑے کی لمبائی 150 ملی میٹر ہے۔

S						
mm	kg/m	kg/m	kg/m	b x h kg/m	t kg/m ²	b x b x t kg/m
5	0.196	0.154	0.170	10 x 5 0.39	1 7.85	15x15x3 0.64
6	0.283	0.222	0.245	10 x 8 0.63	2 15.7	20x20x4 1.14
7	0.385	0.302	0.333	12 x 5 0.47	3 23.55	25x25x4 1.45
8	0.502	0.395	0.435	15 x 5 0.59	4 31.4	30x30x3 1.36
9	0.636	0.499	0.551	15 x 10 1.18	5 39.25	30x30x5 2.18
10	0.785	0.617	0.680	20 x 5 0.78	6 47.10	35x35x4 2.1
12	1.13	0.888	0.980	20 x 10 1.57	7 56.3	35x35x6 3.04
14	1.54	1.21	1.33	25 x 5 0.98	8 62.8	40x40x4 2.42
16	2.01	1.58	1.74	25 x 15 2.94	9 72	40x40x6 3.52
18	2.54	2.00	2.20	30 x 5 1.18	10 78.5	45x45x5 3.38
20	3.14	2.47	2.72	35 x 5 1.37	12 96	45x45x7 4.60
24	4.52	3.55	3.92	40 x 10 3.14	14 112	50x50x5 3.77
28	6.15	4.83	5.33	40 x 25 7.85	15 120	50x50x9 6.47
30	7.07	5.55	6.12	45 x 30 10.6	16 125	55x55x6 4.95
40	12.6	9.87	10.88	50 x 20 7.85	20 160	60x60x6 5.42
50	19.63	15.41	17.00	50 x 40 15.7	25 196	65x65x7 6.83
60	28.3	22.2	24.5	60 x 20 9.42	30 240	70x70x7 7.38
70	38.5	30.2	33.3	70 x 30 16.5	40 320	75x75x7 7.94
80	50.2	39.5	43.5	80 x 40 25.1	50 392	80x80x8 9.66
90	63.6	49.9	55.1	90 x 50 35.3	60 480	90x90x9 12.2

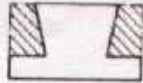
	Den.	h x b	kg/m	
			kg/m	kg/m
30	80	80x42	1.74	5.95
40	100	100x50	2.75	8.32
50	120	120x58	4.32	11.2
60	140	140x66	5.07	14.4
65	160	160x74	7.09	17.9
80	180	180x82	8.64	21.9
100	200	200x90	10.6	26.3
120	220	220x98	13.4	31.1
140	240	240x106	16.0	36.2
160	260	260x113	18.8	41.9
180	280	280x119	22.0	48.0
200	300	300x125	25.3	54.2
240	320	320x131	33.2	61.1
280	340	340x137	41.6	68.1
300	360	360x143	46.2	76.2
350	380	380x149	60.6	84.0
400	400	400x155	71.8	92.6
450	450	450x170	115	115
500	500	500x185	141	141
550	550	550x200	167	167

تخمینہ اور ضیاع (Estimation and Wastage)

کسی جاب کی تیاری کے لیے میٹرل کی کٹائی اور مشیننگ میں ضائع ہونے والے میٹرل کو تدریجاً ضروری ہوتا ہے کسی جاب کی تیاری کے لیے تخمینہ شدہ میٹرل



شکل 13.01



شکل 13.02

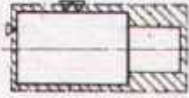
(estimated material) اور تیاری جاب کے میٹرل کے فرق کو ضیاع (Wastage) کہتے ہیں (شکل 13.01)۔

(13.02)

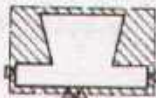
13.1 — تخمینہ:

تخمینہ شدہ میٹرل، وہ میٹرل ہوتا ہے جو کسی جاب کے بنانے کے لیے درکار ہو۔ تخمینہ لگانے کے لیے مندرجہ ذیل نقاط کو تدریجاً ضروری ہوتا ہے:-

- جاب کی کسٹمی شکل کی وجہ سے میٹرل کے ضیاع کی مقدار۔
 - جاب پر مطلوبہ درستگی اور سطحی معیار حاصل کرنے کی وجہ سے میٹرل کے ضیاع کی مقدار۔
 - درکار پیمائشوں میں میٹرل حاصل نہ ہونے کی وجہ سے میٹرل کے ضیاع کی مقدار۔
- مطلوبہ شکل، پیمائشوں اور سطحی معیار کے ساتھ جاب بنانے کے لیے درکار میٹرل کا تخمینہ نہ صرف تیاری جاب کی بیرونی پیمائشوں کو تدریجاً رکھ کر لگاتے ہیں بلکہ کٹائی اور مشیننگ کے لیے ضروری زائد میٹرل کو بھی تدریجاً رکھتے ہیں (شکل 13.03 13.04)



شکل 13.03



شکل 13.04

نوٹ: تخمینہ میٹرل کے غیر ضروری ضیاع کے سبب تو کے لیے نہایت ضروری درکار زائد میٹرل کو تخمینہ میں جمع کرنا چاہیے۔

13.2 — ضیاع:

ضیاع معلوم کرنے کے لیے تیاری جاب کے حجم کو تخمینہ شدہ حجم میں سے تفریق کر کے یا تیاری جاب کے وزن کو تخمینہ شدہ وزن میں سے تفریق کر کے معلوم کر سکتے ہیں۔

فارمولا:

$$\text{Wastage} = \text{Volume (estimated)} - \text{Volume (finished)}$$

$$= \text{Weight (estimated)} - \text{Weight (finished)}$$

چونکہ ضیاع کو عموماً فی صد میں ظاہر کرتے ہیں، اس لیے دوسرے مرحلے میں یہ معلوم کرنا ہوتا ہے۔

$$\text{ضیاع} = ? \text{ فی صد}$$

$$\text{تخمینہ} = 100 \text{ فی صد}$$

نوٹ: تخمینہ شدہ میٹرل کو ہمیشہ 100 فی صد لیتے ہیں۔

حجم کی بنیاد پر ضیاع معلوم کرنا:

مشال: ایک گول سلاخ سائز 130×260 ϕ میں سے شکل 13.05 میں دکھلائے گئے بولٹ کو بنانے میں میٹریل کا ضیاع فی صد معلوم کریں۔
معلوم: $d = 130 \text{ mm}$

$$l_c = 260 \text{ mm}$$

$$(تختیاتی لمبائی = l_c)$$

حل: ضیاع حجم (V_w) - تختیاتی حجم (V_c) - تیار جاب کا حجم (V_f)

$$V_w = V_c - V_f$$

$$V_c = A_c \times h_c$$

$$= 132.7 \text{ cm}^2 \times 26 \text{ cm}$$

$$= 3450.2 \text{ cm}^3$$

$$V_f = V_1 + V_2$$

$$V_1 = A_1 \times h_1$$

$$= 50.24 \text{ cm}^2 \times 10 \text{ cm} = 502.4 \text{ cm}^3$$

$$V_2 = A_2 \times h_2$$

$$= 113.04 \text{ cm}^2 \times 15 \text{ cm} = 1695.6 \text{ cm}^3$$

$$V_f = 502.4 \text{ cm}^3 + 1695.6 \text{ cm}^3$$

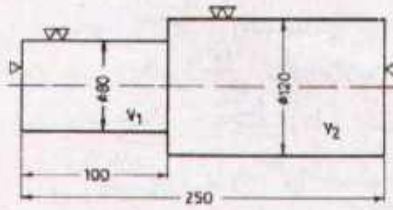
$$= 2198.0 \text{ cm}^3$$

$$V_w = 3450.2 \text{ cm}^3 - 2198.0 \text{ cm}^3$$

$$= 1252.2 \text{ cm}^3$$

رقبے اور لمبائی کی بنیاد پر ضیاع معلوم کرنا:

مشال a: شکل 13.06 میں دکھلائی گئی جاب کے لیے فی صد میں ضیاع معلوم کریں، جبکہ سٹور



شکل 13.05

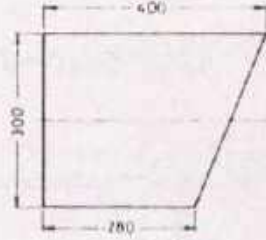
فی صد میں ضیاع

$$V_c = 3450.2 \text{ cm}^3 = 100 \%$$

$$V_w = 1251 \text{ cm}^3 = \frac{100 \times 1251}{3450.2} \%$$

$$= 36.2 \%$$

میں 300 × 400 سائز میں پاور ڈسٹریباٹو ہے۔



شکل 13.06

حل: ضیاع رقبہ (A_w) - تخمیناً رقبہ (A_c) - تیار جاب کا رقبہ (A_t)

$$A_c = 30 \text{ cm} \times 40 \text{ cm} = 1200 \text{ cm}^2$$

$$A_t = \frac{40 + 28}{2} \times 30$$

$$= \frac{68}{2} \times 30$$

$$A_t = 1020 \text{ cm}^2$$

$$\therefore A_w = 1200 \text{ cm}^2 - 1020 \text{ cm}^2$$

$$= 180 \text{ cm}^2$$

$$\text{Wastage} = \frac{180 \times 100}{1200} = 15\%$$

مثال b:

پہیلی فولادی سلاخ سائز 1200 × 250 میں سے شکل 13.07 کے مطابق کٹے گئے کے لیے فی صد میں ضیاع معلوم کریں۔

حل: ضیاع لمبائی (L_w) - تقوین لمبائی (L_t) - تیار جاب کی لمبائی (L)

$$L_w = L - L_t$$

$$L_w = 1200 \text{ mm} - 1000 \text{ mm}$$

$$= 200 \text{ mm}$$

$$L_w = 200 \text{ mm} - 1000 \text{ mm}$$

$$= 200 \text{ mm}$$

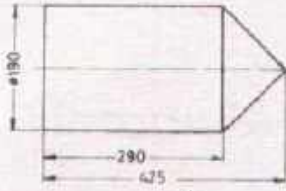


شکل 13.07

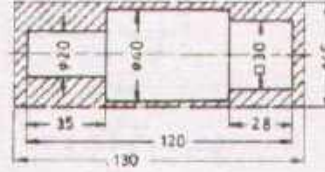
$$\text{Wastage} = \frac{200 \times 100}{1200} = 16.66\%$$

مشق 13

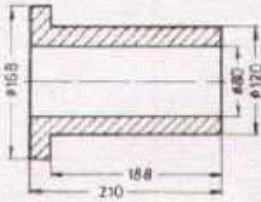
- 1- محکمہ صنعتی میٹیر اور فی صد میں ضیاع معلوم کریں۔
(شکل 13.08)
- 2- سنٹی میٹر اور فی صد میں ضیاع معلوم کریں۔ جبکہ فولاد کی سلاخ سائز $\phi 200$ ملی میٹر اور لمبائی 440 ملی میٹر میں دستیاب ہو۔ (شکل 13.09)



شکل 13.09



شکل 13.08

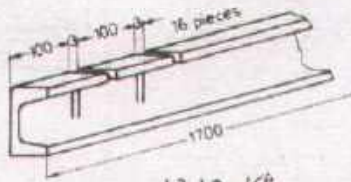


13.10

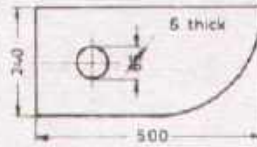
- 3- فی صد میں ضیاع معلوم کریں (شکل 13.10) جبکہ:
- (a) کانسی (Bronze) کا ہیش ٹھوس سلاخ سائز $\phi 175$ ملی میٹر اور لمبائی 188 ملی میٹر سے بنایا گیا ہو۔
- (b) جبکہ ہیش ایک کھوکھلی کانسی کی سلاخ میں سے بنایا جاتے۔ میٹیریل کا تجزیہ لگاتیں جبکہ تمام پیمائشیں شکل میں دی گئی پیمائشوں سے 5 ملی میٹر زائد برائے پیمائش کی گئیں ہوں۔
- (c) دونوں مثالوں (a) اور (b) سے حاصل کردہ نتائج کا موازنہ کریں۔ خصوصاً جبکہ کثیر پیداوار کرنا درکار ہو۔

- 4- رقبے کی بنیاد پر فی صد میں ضیاع معلوم کریں۔
(شکل 13.11)

- 5- لمبائی کی بنیاد پر فی صد میں ضیاع معلوم کریں۔
(شکل 13.12)

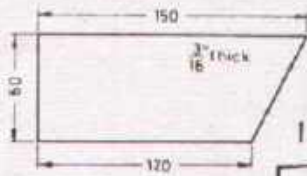


شکل 13.12



شکل 13.11

- 6- شکل 13.13 میں دکھائی گئی پیمائشوں کے مطابق 3 فٹ \times 6 فٹ سائز کی $\frac{3}{16}$ موٹی فولاد کی چادر میں سے ٹکڑے کاٹنے درکار ہیں:



شکل 13.13



- (a) کاٹنے جانے والے ٹکڑوں کی تعداد معلوم کریں۔
- (b) فی صد میں ضیاع معلوم کریں۔

تحمیب فٹس (Calculation of Fits)

کسی جاب کی درستگی کا تعین پرزوں کی تبدیل پذیری (Changeability) اور پیداواری قیمت (Production cost) کے مطابق کیا جاتا ہے۔

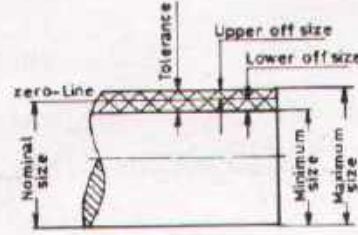
اس سلسلے میں ٹالرنس کسی جاب کی درستگی کی حدود متعین کرتی ہے (باب 6)۔ اگر دو پرزے (مثلاً شافٹ اور پہلی) اکٹھے کام کر رہے ہوں تو دونوں پرزوں کی ٹالرنس کا تعین اس طریقے سے کرنا چاہیے، کہ مطلوبہ مقصد صحیح طور پر پورا ہو سکے۔ (جیسے ڈھیل (Play) یا شافٹ اور پہلی میں انٹرفیرنس)

14.1 — بنیادی تعریفیں:

شافٹ: (شکل 14.01)

کسی پرزے کے تمام بیرونی حدود خالی جو سلین نما نہ بھی ہوں، کے لیے ٹالرنس چھوٹے حروف سے ظاہر کرتے ہیں۔ جو کہ بنیادی سائز کے ساتھ نیچے کی طرف لکھے جاتے ہیں۔ مثلاً

ϕ 25g6

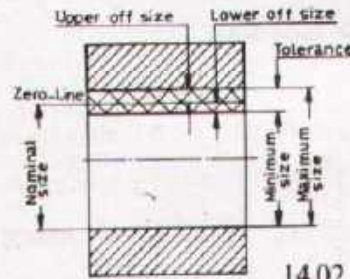


شکل 14.01

سوراخ: (شکل 14.02)

کسی پرزے کے تمام اندرونی حدود خالی جو سلین نما نہ بھی ہوں، کے لیے ٹالرنس بڑے حروف سے ظاہر کرتے ہیں۔ جو کہ بنیادی سائز کے عدد کے ساتھ اوپر کی طرف لکھے جاتے ہیں۔ مثلاً:

ϕ 25H7



شکل 14.02

صفری خط (Zero line):

پہلی تشریح میں انحراف (off sizes) اور فٹس کو نقشے کی صورت میں ظاہر کرنے کے لیے صفری خط، وہ حوالہ جاتی خط ہوتا ہے جس کی بنیاد پیمانوں میں انحراف ظاہر کرتے ہیں۔ بالائی انحراف (upper off sizes) اور ذریعہ انحراف (lower off sizes) اس صفری خط سے معلوم کرتے ہیں۔

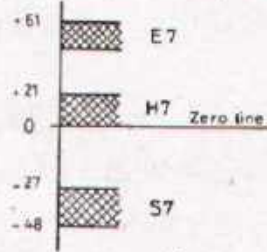
14.2 — محققیات کا مفہوم:

ISO فٹس کو ہمیشہ محققیات سے ظاہر کرتے ہیں، جن کا مفہوم حسب ذیل ہے:

$$\phi 25 E_7 = \phi 25 \begin{matrix} +0.061 \\ +0.040 \end{matrix}$$

$$\phi 25 H_7 = \phi 25 \begin{matrix} +0.017 \\ -0 \end{matrix}$$

$$\phi 25 S_7 = \phi 25 \begin{matrix} -0.027 \\ -0.048 \end{matrix}$$



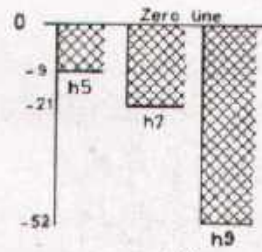
شکل 14.03

ہندسے (Figures) : یہ ٹائرنس کی حدود کا ساہز ظاہر کرتے ہیں۔ مثلاً شکل 14.04 میں:

$$\phi 25 h_5 = \phi 25 \begin{matrix} +0 \\ -0.009 \end{matrix}$$

$$\phi 25 h_7 = \phi 25 \begin{matrix} +0 \\ -0.017 \end{matrix}$$

$$\phi 25 h_9 = \phi 25 \begin{matrix} +0 \\ -0.052 \end{matrix}$$



شکل 14.04

نوٹ: بڑے عروق سودا ج کی ٹائرنس کو ظاہر کرتے ہیں اور چھوٹے عروق شافٹ کی ٹائرنس کو۔

نیچے دکھلایا گیا جدول ISO فٹس کے جدول کا ایک حصہ ہے جس کی مدد سے تخصیص کریں گے

Nominal sizes/mm	Deviations (in μm ($\pm 0.001\text{mm}$))					
	Hole	Shaft				
over to	H7	r6	n6	j6	e8	d9
10...14	+18	+34	+23	+8	-32	-50
14...18	0	+23	+12	-3	-59	-93
18...24	+21	+41	+28	+9	-40	-65
24...30	0	+28	+15	-4	-73	-117
30...40	+25	+50	+33	+11	-50	-80
40...50	0	+34	+17	-5	-89	-142
50...65	+30	+60	+39	+12	-60	-100
65...80	0	+43	+20	-7	-106	-174
80...100	+35	+73	+45	+13	-72	-120
100...120	0	+54	+23	-9	-125	-207

14.3 — فٹ کی پیمائشوں کی تخصیص:

مثال a: $\phi 35 H_7$

Nominal size = 35 mm
Upper off-size = + 25 μm = + 0.025
Lower off-size = 0
maximum size = 35 + 0.025 = 35.025 mm
minimum size = 35.000 mm

مثال b: $\phi 95 H_7 / r_6$

Nominal size = 95 mm
Hole:
Upper off-size = + 35 μm = 0.035 mm
Lower off-size = 0
maximum size = 95 + 0.035 = 95.035 mm
minimum size = 95.000 mm

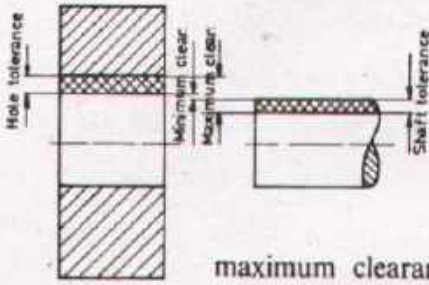
Shaft:
Upper off-size = + 73 μm = + 0.073 mm
Lower off-size = + 51 μm = + 0.051 mm
maximum size = 95 + 0.073 = 95.073
minimum size = 95 + 0.051 = 95.051 mm

14.4 — کلیئرس فٹ (Clearance Fit)

(14.05)

جب سوراخ کا سائز شافٹ کے سائز سے بڑا ہو تو سوراخ اور شافٹ کے سائزوں کے فرق کو کلیئرس فٹ کہتے ہیں۔ شکل زیادہ سے زیادہ کلیئرس فٹ - سوراخ کا بڑے سے بڑا سائز - شافٹ کا چھوٹے سے چھوٹا سائز

$$(\text{max. clearance} = \text{max. hole size} - \text{min. shaft size})$$



کم سے کم کلیئرس فٹ - سوراخ کا چھوٹے سے چھوٹا سائز - شافٹ کا بڑے سے بڑا سائز

$$(\text{min. clearance} = \text{min. hole size} - \text{max. shaft size})$$

مثال: $\phi 40_{e8}^{H7}$

$$\begin{aligned} \text{maximum clearance} &= \text{max. hole size} - \text{min. shaft size} \\ &= 40.025 \text{ mm} - 39.911 \text{ mm} = 0.114 \text{ mm} \\ \text{minimum clearance} &= \text{min. hole size} - \text{max. shaft size} \\ &= 40.000 \text{ mm} - 39.950 \text{ mm} = 0.050 \text{ mm} \end{aligned}$$

شکل 14.05

14.5 — انٹرفیرنس فٹ (Interference Fit)

جب شافٹ کا سائز سوراخ کے سائز سے بڑا ہو تو شافٹ کے سائز اور سوراخ کے سائز کے فرق کو انٹرفیرنس فٹ کہتے ہیں۔ (شکل 14.06)

زیادہ سے زیادہ انٹرفیرنس فٹ - شافٹ کا بڑے سے بڑا سائز - سوراخ کا چھوٹے سے چھوٹا سائز

$$(\text{max. Interference} = \text{max. shaft size} - \text{min. hole size})$$

کم سے کم انٹرفیرنس فٹ - شافٹ کا چھوٹے سے چھوٹا سائز - سوراخ کا بڑے سے بڑا سائز

$$(\text{min. Interference} = \text{min. shaft size} - \text{max. hole size})$$

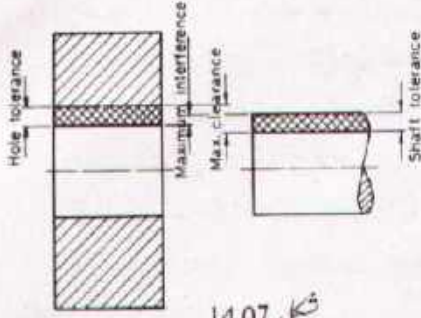
مثال: $\phi 85_{r6}^{H7}$

$$\begin{aligned} \text{maximum Interference} &= \text{max. shaft size} - \text{min. hole size} \\ &= 85.073 \text{ mm} - 85.000 \text{ mm} = 0.073 \text{ mm} \\ \text{minimum Interference} &= \text{min. shaft size} - \text{max. hole size} \\ &= 85.051 \text{ mm} - 85.035 \text{ mm} = 0.016 \text{ mm} \end{aligned}$$

14.6 — ٹرانزیشن فٹ (Transition Fit)

(شکل 14.07) - اس

قسم کی فٹ میں کم سے کم کلیننس اور کم سے کم انٹرفیرنس نہیں ہوتی ہے۔
زیادہ سے زیادہ کلیننس = سوراخ کا بڑے سے بڑا
سائز - شافٹ کا کم سے کم سائز



شکل 14.07

$$\text{(max clearance = max. hole size - min. shaft size)}$$

زیادہ سے زیادہ انٹرفیرنس = شافٹ کا بڑے
سے بڑا سائز - سوراخ کا کم سے کم سائز

$$\text{(max. Interference = max. shaft size - min. hole size)}$$

مثال : $\phi 60 \begin{smallmatrix} H7 \\ J6 \end{smallmatrix}$

$$\text{max. clearance = max. hole size - min. shaft size}$$

$$= 60.030 \text{ mm} - 59.993 \text{ mm}$$

$$= 0.037 \text{ mm}$$

$$\text{max. Interference = max. shaft size - min. hole size}$$

$$= 60.012 - 60.000 = 0.012 \text{ mm}$$

مندرجہ ذیل مثالوں کو حل کریں اور بتائیں کہ یہ کلیننس فٹ یا انٹرفیرنس فٹ یا ٹرانزیشن فٹ کونسا ہے۔

مثال a : $\phi 20 \begin{smallmatrix} H7 \\ g9 \end{smallmatrix}$

$$\text{Hole : max. size = 20.021 mm}$$

$$\text{min. size = 20.000 mm}$$

$$\text{shaft : max. size = 19.935 mm}$$

$$\text{min. size = 19.883 mm}$$

چونکہ سوراخ کا سائز ہر حالت میں شافٹ کے سائز سے بڑا ہے اس لیے یہ کلیننس فٹ ہے۔

مثال b : $\phi 70 \begin{smallmatrix} H7 \\ n6 \end{smallmatrix}$

$$\text{Hole : max. size = 70.030 mm}$$

$$\text{min. size = 70.000 mm}$$

$$\text{shaft : max. size = 70.039 mm}$$

$$\text{min. size = 70.020 mm}$$

اگر سوراخ کا سائز شافٹ کے سائز سے بڑا ہو تو

$$\text{(max. clearance = max. hole size - min. shaft size)}$$

$$= 70.030 \text{ mm} - 70.020 \text{ mm} = 0.010 \text{ mm}$$

اگر شافٹ کا سائز سوراخ کے سائز سے بڑا ہو تو

$$\text{(max. Interference = max. shaft size - min. hole size)}$$

$$= 70.039 \text{ mm} - 70.000 \text{ mm} = 0.039 \text{ mm}$$

اوپر حاصل کردہ نتائج سے ظاہر ہے کہ یہ ٹرانزیشن فٹ ہے۔